N° D'ORDRE :
2240
Série A
N° 1375

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ES SCIENCES PHYSIQUES

PAR

M. A. COUDER

1re **THÈSE.** — RECHERCHES SUR LES DÉFORMATIONS DES GRANDS MIROIRS EMPLOYÉS AUX OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES.

2e **THÈSE.** — LES MÉTHODES VISUELLES DE PHOTOMÉTRIE ASTRONOMIQUE.

20 DEC 1932

Soutenues le 1932, devant la Commission d'Examen.

MM. FABRY *Président.*
ESCLANGON } *Examinateurs.*
CHRETIEN }

PARIS
GAUTHIER-VILLARS ET Cie, ÉDITEURS
LIBRAIRES DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE
Quai des Grands-Augustins, 55

1932

R. UNIV.
BIBLIOTHEEK
LEIDEN

PREMIÈRE THÈSE

RECHERCHES

SUR LES

DÉFORMATIONS DES GRANDS MIROIRS

EMPLOYÉS

AUX OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES.

INTRODUCTION.

On sait que la plupart des méthodes par lesquelles on étudie la constitution physique des astres requièrent des télescopes ou des lunettes de dimensions bien plus grandes que celles des instruments consacrés aux seules mesures de position. C'est d'abord en faisant progresser la technique des opticiens, que Herschel et Fraunhofer ont ouvert une voie nouvelle à l'astronomie, et il est superflu de rappeler combien étroitement le développement de la physique céleste est lié à l'accroissement graduel de la puissance des instruments d'observation.

Les efforts qui ont abouti à la construction des grands télescopes en service aujourd'hui ont été payés par d'admirables découvertes. Mais on ne peut passer en revue les résultats acquis depuis trente ans sans remarquer qu'ils procèdent surtout de l'accroissement de luminosité que confère aux instruments l'augmentation de leur diamètre. Le progrès du pouvoir résolvant angulaire est moins frappant, et il ne paraît pas avoir suivi proportionnellement celui des ouvertures utilisées, comme on eût pu l'espérer. Quoiqu'il existe une douzaine d'instruments de diamètre

supérieur à 1^m, on discute encore pour et contre l'existence de certains détails planétaires qui auraient un quart de seconde de diamètre apparent. Il s'agit là d'observations visuelles; si l'on considère maintenant l'enregistrement photographique, on voit que le pouvoir résolvant, sur les plus beaux clichés, ne dépasse pas notablement une demi-seconde. Un tel écart par rapport à la limite théorique est dû en partie à l'hétérogénéité de l'atmosphère; toutefois, l'étude de la scintillation montre qu'il ne faut pas l'y attribuer tout entier : une large part est imputable à nos instruments eux-mêmes, qui apparaissent ainsi susceptibles de progrès.

Quelques opticiens savent actuellement exécuter des miroirs, même très grands, avec toute la précision utile : les méthodes de contrôle dont on dispose le prouvent de façon sûre. Mais, dans les conditions où on les emploie, les miroirs se trouvent soumis à des influences qui déforment gravement leur surface : l'opticien qui ne s'occuperait pas des moyens de les combattre n'aurait fait que la moitié de sa tâche, et peut-être la plus facile. D'éminents artistes ont décrit, avec un grand luxe de détails, les opérations de la taille d'un miroir. Il faut regretter que les déformations accidentelles qui apparaissent à l'usage, les moyens employés pour les réduire, et le degré de succès obtenu, ne soient pas décrits et rapportés avec un souci de précision aussi grand. Dans le présent travail, je m'efforce d'apporter une contribution à ce point particulier de la technique des instruments astronomiques.

Les déformations que les miroirs de télescope laissent observer ont deux causes principales. D'abord la flexion que le miroir subit, du fait de son propre poids, entre les points d'appui qui le soutiennent. Cet effet est négligeable lorsqu'il s'agit de pièces d'optique de dimensions usuelles. Il atteint au contraire, dans le cas des miroirs de grand diamètre employés en astronomie, une importance considérable, qui ne nous surprend que parce que nous n'avons pas une notion intuitive exacte de la similitude mécanique. J'étudie ces déformations d'une manière générale dans le Chapitre I. Le Chapitre II contient une description critique des procédés employés ordinairement pour combattre les flexions et des données expérimentales assez précises pour permettre dans chaque cas de construire et de régler un support qui en annule pratiquement les effets.

D'autres déformations non moins graves résultent du fait que la température du miroir n'est en général ni uniforme, ni constante; simultanément, les échanges de chaleur entre le miroir et l'air ambiant se traduisent par des courants d'air d'inégales densités très nuisibles aux images. Les aspects les plus caractéristiques de ces phénomènes sont décrits au Chapitre III. J'ai joint à leur étude le compte rendu de diverses tentatives que j'ai faites de construire des miroirs pour lesquels ces inconvénients soient particulièrement atténués.

Passant en revue les propriétés des disques de verre que l'opticien est amené à considérer, je ne pouvais négliger l'étude de leur trempe. Les tensions internes du verre s'imposent à l'attention de qui taille un miroir, et, s'il s'agit d'un objectif, la biréfringence qu'elles entraînent peut être nuisible aux images. Le Chapitre IV est consacré à la description de ces phénomènes.

J'ai eu la bonne fortune d'être appelé en 1925 au Laboratoire d'Optique qui a pu être créé à l'Observatoire de Paris, grâce à la générosité de M. et Mme Dina et d'assister aux travaux de l'éminent opticien américain M. G. W. Ritchey. Depuis 1926, j'ai été chargé d'exécuter un assez grand nombre de surfaces optiques de diverses formes, parmi lesquelles trois miroirs de 81^{cm}, un de 91^{cm}, un de $1^{m},20$ de diamètre, et aussi quelques objectifs astronomiques. C'est en accomplissant cette tâche que je me suis heurté aux déformations accidentelles. Je rends ici compte des observations que j'en ai pu faire et des expériences qu'elles m'ont suggérées. J'indique les conséquences pratiques qui me paraissent devoir en résulter relativement à la construction des télescopes. Les circonstances ne m'ont pas encore permis de poursuivre ces recherches et de vérifier ces conclusions dans les conditions mêmes du travail astronomique, d'une manière aussi complète que je l'eusse souhaité. J'espère pouvoir le faire sur un des instruments que j'ai construits, qui vient d'être mis en service sous le ciel particulièrement favorable de la Haute-Provence.

Ces travaux de fabrication et les recherches qui les ont accompagnés naturellement exigeaient des ressources matérielles importantes. Je me fais un devoir de remercier les directeurs de l'Observatoire de Paris qui, successivement, me les ont procurées MM. B. Baillaud, H. Deslandres et E. Esclangon. Je leur exprime

ma reconnaissance du constant appui qu'ils m'ont donné. M. A. Cotton et M. Ch. Fabry m'ont apporté l'aide de leurs conseils avec une bienveillance précieuse dont je ne saurais assez les remercier. Je prie M. A. Danjon à qui je dois ma formation d'astronome et d'opticien, de trouver ici un témoignage de mon affectueuse gratitude. Il aimera qu'en lui exprimant ce sentiment, j'évoque la mémoire du général G. Ferrié qui fut le premier animateur du Laboratoire d'Optique et, m'y ayant appelé, dirigea mes efforts avec cette bonté qu'il avait.

CHAPITRE I.

FLEXION DES MIROIRS. GÉNÉRALITÉS.

SOMMAIRE.

1. Définitions. — 2. Tolérance relative aux flexions. — 3. Les flexions d'un disque de verre peuvent-elles être considérées en pratique comme un phénomène parfaitement réversible? — 4. Effet de la composante de la pesanteur perpendiculaire à l'axe optique. — 5. Effet de la composante de la pesanteur parallèle à l'axe optique dans un cas simple : flexions de révolution. — 6. Discussion. — 7. Vérification expérimentale. — 8. Applications.

1. Un miroir placé sur un support quelconque fléchit par l'effet de son propre poids entre les points d'appui qui le soutiennent : ses propriétés optiques sont altérées. Cet effet, en général, négligeable dans les instruments usuels, dont l'ouverture est seulement de quelques centimètres, acquiert une importance considérable, par le seul fait de l'accroissement des dimensions, dans les grands instruments astronomiques. J'ai cherché à préciser l'aspect sous lequel ces phénomènes se présentent, et à tirer de leur étude les règles qu'il convient d'observer dans la pratique pour éviter leurs effets nuisibles.

Le calcul rigoureux des flexions d'un disque de verre placé dans une position déterminée sur un certain support serait, dans le cas général, extraordinairement laborieux, ce qui lui ôte tout intérêt du point de vue de l'application qui est le mien. Pour rendre les calculs abordables et par conséquent utiles, on est conduit à poser des hypothèses simples.

On supposera tout d'abord que l'épaisseur est constante; comme la face postérieure est ordinairement plane, cela revient à dire que la flèche de courbure de la face antérieure est petite, comparée à l'épaisseur du disque. En outre, on supposera l'épaisseur elle-même petite relativement au diamètre. Ces conventions sont valables car il n'importe pas de connaître la valeur des flexions avec une grande précision relative, mais seulement leur ordre de grandeur et l'aspect sous lequel elles se présentent, pour guider le réglage empirique des dispositifs qui servent à les combattre.

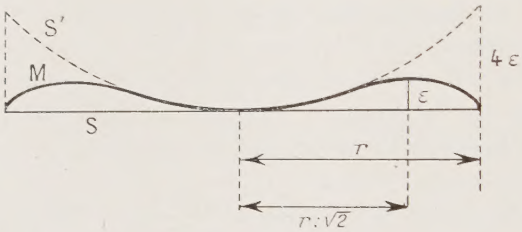
Malgré cette simplification, hormis un cas particulier important, où le résultat du calcul peut être aisément comparé à l'expérience (§ 5, 6, 7), les flexions d'un disque posé sur un certain groupe de points d'appui, restent en général pratiquement impossibles à calculer *a priori;* le rôle de la théorie, simplifiée comme nous l'avons dit, se limite à indiquer la forme des expressions dont l'expérience fournit les coefficients numériques.

2. L'effet des flexions se manifeste lorsque les déformations des surfaces optiques qu'elles produisent atteignent une certaine limite au delà de laquelle elles ne peuvent plus être tolérées. Cette limite s'énonce de façon simple et générale lorsque l'on considère la forme de l'onde lumineuse qui émerge de l'instrument. Pour que l'image visée par l'oculaire soit pratiquement indiscernable de la figure de diffraction théorique qui correspond à une onde sphérique, il suffit que l'onde réelle puisse être tout entière contenue entre les surfaces de deux sphères concentriques dont la distance n'excède pas une certaine fraction de la longueur d'onde. Le centre commun de ces sphères est un point A de l'axe optique du système conjugué de la rétine, de l'observateur. L'action de « mettre au point » consiste à déterminer l'abscisse du point A, pour laquelle l'écart de tautochronisme, mesuré par la différence des rayons des deux sphères qui viennent d'être définies est le plus petit possible, soit ε sa valeur.

Lord Rayleigh, à qui l'on doit l'introduction de ce criterium, a fixé à un quart d'onde la valeur de ε qui produit une altération de la figure de diffraction tout juste perceptible (20). Il avait surtout en vue les déformations qui laissent à la surface d'onde une symé-

trie de révolution autour de l'axe optique, c'est-à-dire les écarts de tautochronisme qui sont produits par un défaut de mise au point ou par l'aberration de sphéricité des divers ordres. Ses recherches ont été développées notamment par Conrady (8), Buxton (3), Mrs. Griffiths (14), L. C. Martin (16-17), Steward (25). Le cas de l'aberration de sphéricité de troisième ordre présente une importance pratique particulière. Pour éviter toute confusion, rappelons la manière dont il convient de la mesurer. L'expérience montre qu'on trouve la meilleure image en visant avec l'oculaire le centre d'une sphère S (*fig.* 1) qui est tangente à l'onde M sur

Fig. 1.



l'axe, et la coupe suivant un cercle qui est le bord même du diaphragme : par rapport à cette surface de référence particulière, l'écart de tautochronisme est nul au sommet de l'onde et le long de la circonférence de rayon r qui limite la portion utilisée; il est maximum le long d'une circonférence de rayon $r : \sqrt{2}$; c'est à ce maximum que s'applique la règle de Lord Rayleigh. Si l'on rapportait la forme de l'onde à sa sphère osculatrice S', c'est au bord du diaphragme qu'on trouverait l'écart le plus grand, soit 4ε, et l'on pourrait tolérer une onde entière d'écart entre l'onde réelle et sa sphère osculatrice. On sait qu'il est possible, en utilisant un oculaire fort dont on fait varier le tirage, de déceler la présence de l'aberration de sphéricité par la différence des aspects des franges de diffraction en deçà et au delà du foyer, pour une valeur de ε deux ou trois fois plus petite que celle qui altère de façon juste perceptible l'image observée au centre de la sphère S.

Les aberrations qui ne présentent pas la symétrie de révolution ont été l'objet de recherches moins nombreuses. L'étude de la coma a été faite par Martin (18). De son travail, il résulte que la

règle du quart d'onde est un peu trop sévère si l'on considère la netteté de l'image d'un objet plus ou moins compliqué, et au contraire un peu trop large si l'on se propose de définir avec une haute précision la direction d'un point lumineux, la figure de diffraction n'ayant plus de centre de symétrie.

Le cas de l'astigmatisme mérite la même attention; son étude a été abordée théoriquement par Buxton (4). A ces calculs il m'a paru utile de joindre la description des figures de diffraction qu'on observe pour une valeur connue de l'astigmatisme lorsqu'on vise le plan de front équidistant des focales, c'est-à-dire le plan qui contient le cercle de moindre aberration géométrique (10).

Le dispositif qui m'a servi est le suivant, Une lentille étroitement diaphragmée sert d'objectif pour observer une source de grand éclat et de très petite surface apparente : une étoile artificielle; cette lentille était un verre simple de $+0,75$ dioptrie; on pouvait la faire tourner d'un angle variable autour d'une droite perpendiculaire à l'axe optique pour rendre astigmate le faisceau émergent. Le diaphragme dont le plan restait perpendiculaire à la direction de visée, avait un diamètre $2h$ égal à $0^{cm},1757$; en raison de sa petitesse, la coma était entièrement négligeable et l'astigmatisme observé absolument pur. L'oculaire, mobile le long de la graduation du banc d'optique, visait le plan équidistant des deux focales. Les abscisses de ces dernières, comptées à partir du centre optique de la lentille, soient x_t et x_s, étaient déterminées, pour chaque valeur de l'inclinaison de la lentille, en employant momentanément un diaphragme plus grand que celui qui servait à l'observation proprement dite : son diamètre valait 1^{cm}. Un filtre en gélatine ne laissait utiliser que les radiations vertes de longueur d'onde voisine de $\lambda = 0^{\mu},536$.

Prenons pour mesure de l'astigmatisme la différence des flèches de courbure des méridiens principaux de la surface d'onde, soit

$$\varepsilon = \frac{h^2}{2}\left(\frac{1}{x_t} - \frac{1}{x_s}\right).$$

Lorsqu'on fait croître l'astigmatisme à partir de zéro, on observe les changements suivants :

Pour $\lambda : \varepsilon = 6,5$, la tache de diffraction est parfaitement circulaire, mais la répartition de la lumière dans le premier anneau

brillant est visiblement irrégulière : quatre faibles accroissements d'éclat sont perceptibles dans les azimuts principaux;

Pour $\lambda : \varepsilon = 4,4$, la tache centrale reste circulaire; le premier anneau se partage en quatre arcs brillants séparés par des intervalles obscurs. Entre chaque arc brillant et la tache centrale, il subsiste un minimum de l'éclairement mais ce minimum n'est plus nul. Une aberration astigmatique d'un quart d'onde est donc très sensible sur une image stellaire lorsque n'existe aucune autre cause d'altération; toutefois, la tache centrale n'étant pas apparemment changée, le pouvoir résolvant de l'instrument ne doit pas être pratiquement diminué.

Pour $\lambda : \varepsilon = 2,5$, les arcs brillants se fondent avec la tache centrale; on ne voit plus trace d'un minimum ni d'un maximum et l'image présente l'aspect d'une croix le long des bras de laquelle l'éclairement décroît régulièrement. Sur les bissectrices de ceux-ci, à 45° des azimuts principaux, on observe quatre faibles points lumineux qui sont les restes du deuxième anneau brillant.

Je pense qu'on peut prendre comme limite conventionnelle de l'astigmatisme tolérable dans un excellent instrument $\varepsilon = \lambda : 5,5$. Il est utile d'énoncer ce résultat d'une autre manière. Considérons un faisceau dont l'ouverture angulaire est définie par le rapport m de la longueur focale F de l'objectif à son diamètre D; calculons la valeur de la longueur d'astigmatisme l, ou distance des focales qui correspond à la limite que nous venons d'admettre pour ε. On a

$$\frac{\lambda}{5,5} = \frac{D^2}{8}\left(\frac{1}{F} - \frac{1}{F+l}\right);$$

d'où

$$l = 1,45\, m^2 \lambda.$$

S'il s'agit d'observations visuelles, on doit prendre

$$\lambda = 5,6.10^{-5}\,\text{cm}$$

et par conséquent $l = 8,1.10^{-5}\, m^2/\text{cm}$. Voici quelques exemples.

TABLEAU I.

$m = F : D.$	3.	6.	10.	15.	25.
l.....	$0^{mm},007$	$0^{mm},03$	$0^{mm},08$	$0^{mm},18$	$0^{mm},51$

Nous allons utiliser la limite de l'astigmatisme tolérable qui vient d'être déterminée pour préciser quelle est la légère courbure que peut sans inconvénient présenter une surface qui réfléchit obliquement la lumière.

Supposons qu'un miroir cœlostat, qui réfléchit un faisceau parallèle sous l'incidence i ne soit pas exactement plan mais possède une faible courbure $\mathcal{C}$. On sait que la puissance du miroir pour une nappe de rayons contenue dans le plan d'incidence est

$$\varphi_1 = 2\mathcal{C} : \cos i$$

et pour la nappe perpendiculaire au plan d'incidence

$$\varphi_2 = 2\mathcal{C}\cos i,$$

d'où la différence de convergence des deux nappes

$$\Delta\varphi = 2\mathcal{C}\left(\frac{1}{\cos i} - \cos i\right).$$

Soient $2\,\mathrm{R}$ le diamètre du miroir; $2\,\mathrm{R}'$ le diamètre de l'objectif qui peut être entièrement couvert par le faisceau réfléchi. On a $\mathrm{R}' = \mathrm{R}\cos i$; la flèche de courbure du miroir est

$$\varepsilon_m = \mathcal{C}\mathrm{R}^2 : 2$$

et la différence des flèches de courbure des méridiens principaux de l'onde qui émerge de l'objectif est

$$\varepsilon = \Delta\varphi\,\frac{\mathrm{R}'^2}{2} = \mathcal{C}\,\frac{\mathrm{R}^2}{2} \times 2\cos^2 i\left(\frac{1}{\cos i} - \cos i\right),$$

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_m} = 2\cos^2 i\left(\frac{1}{\cos i} - \cos i\right).$$

Ce rapport est maximum pour $i = 54^\circ 45'$ ($\cos i = 0{,}577$) et l'on a alors [1]

$$\varepsilon = 0{,}77\,\varepsilon_m.$$

De telle sorte que si l'on tolère une différence de flèches de

---

[1] Lorsque j'ai eu à tailler un miroir plan de 91 cm de diamètre (n° 21), j'ai pris soin d'examiner sa surface en utilisant un faisceau doublement réfléchi sous une incidence voisine de celle qui rend l'astigmatisme le plus sensible lorsqu'il existe une courbure. Cela implique l'emploi d'un faisceau assez large; le faisceau utilisé était fourni par un miroir sphérique de 52,5 cm. de diamètre (n° 17).

courbure des méridiens principaux de l'onde émergente égale à $\lambda : 5,5$, on peut admettre pour la flèche de courbure du miroir la limite approximative 7.10^{-6} cm.

J'ai étudié de même la tolérance qu'il convient d'admettre lorsque la déformation de la surface d'onde est due à la flexion d'un miroir dans un cas particulier très important en pratique : celui où le miroir est supporté par trois points équidistants de son contour. On trouvera au paragraphe 13 du chapitre suivant la description des observations faites et leur discussion; indiquons seulement ici leur résultat. A l'égard du défaut à symétrie ternaire qui se manifeste dans ces conditions, on peut tolérer une différence de phase d'un huitième d'ondulation.

En résumé, suivant la nature de l'aberration considérée, l'écart du tautochronisme qui commence à être nuisible varie de $\lambda : 8$ à $\lambda : 4$. Lorsque ces écarts sont dus aux déformations d'un miroir, ils résultent d'une variation deux fois plus petite de la cote de la surface réfléchissante. Si l'on considère les observations visuelles pour lesquelles la radiation la plus efficace a la longueur d'onde $0^{\mu},56$, on voit que les déformations admissibles du miroir ont pour limite $0^{\mu},070$ à $0^{\mu},035$, suivant l'aspect qu'elles revêtent.

3. En étudiant la flexion de nombreux disques de verre dans les conditions mêmes de leur emploi, ou dans des conditions analogues, je n'ai jamais eu l'occasion d'observer les phénomènes par lesquels se manifesterait une imparfaite élasticité du verre. Autrement dit, dans la limite de la précision de mes mesures, les flexions présentent dans la pratique l'apparence d'un phénomène réversible.

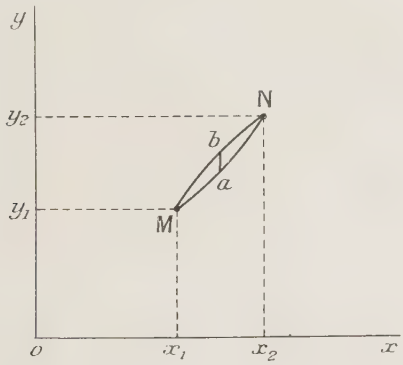
Ce résultat n'apparait d'ailleurs nettement que lorsqu'on prend des précautions particulières pour éliminer une cause d'erreur fréquente qui résulte des propriétés du *support* qui soutient le disque de verre étudié. Ce support fléchit lui aussi. Lorsqu'il comporte des matières imparfaitement élastiques (des coussins de tissu par exemple) ou des pièces articulées sujettes à frottement, on observe des irrégularités dans les flexions du verre qui tiennent simplement à ce que la répartition des forces exercées par le support change au cours de l'expérience. Dans un dispositif expérimental correct, le nombre des liaisons doit être réduit au strict nécessaire et tout frottement supprimé. Le support décrit au

paragraphe 10 qui satisfait parfaitement à ces conditions, ne m'a pas permis d'observer le moindre résidu, supérieur aux erreurs de mesure, par lequel pourrait apparaître une élasticité imparfaite du verre dans la flexion d'un disque sous son propre poids.

Les deux formes les plus simples sous lesquelles un défaut de réversibilité pourrait se manifester sont un effet d'*hystérèse* ou un effet de *viscosité*.

Le fait qu'on n'observe pas d'hystérèse peut tenir à l'extrême petitesse des déformations que les miroirs éprouvent dans les conditions où on les emploie. Portons en abscisses (*fig.* 2) les

Fig. 2.



forces x qui agissent sur un corps solide et en ordonnées les déformations y qu'elles produisent. Faisons varier la force de façon périodique entre deux limites x_1 et x_2 ; y varie de même périodiquement entre deux limites y_1 et y_2. Dire qu'il existe de l'hystérèse signifie que le point représentatif de l'état du solide suit pour aller de M vers N un chemin MaN différent de celui qu'il décrit MbN pour revenir de N à M. La déformation croissante est représentée par une fonction $y = A(x)$ et la déformation décroissante par une fonction $y = B(x)$ différente. Supposons ces deux fonctions continues et dérivables et considérons la différence $x_2 - x_1$ comme un infiniment petit du premier ordre. Il est évident que la quantité ab dont elles peuvent différer l'une de l'autre à l'intérieur de l'intervalle est du second ordre de petitesse ; autrement dit les lignes MaN et MbN ne diffèrent que par leurs courbures. On conçoit que la

différence ab ne soit accessible à l'expérience, c'est-à-dire que les courbes MaN et MbN ne soient pratiquement distinctes que si les forces appliquées varient assez pour produire de grandes déformations.

J'ai cherché à mettre en évidence les déformations permanentes résiduelles qui doivent résulter de la présence d'hystérèse, en soumettant le bloc de verre étudié à de grands efforts et en usant d'un procédé d'observation très sensible.

J'ai employé un petit miroir sphérique concave en glace de Saint-Gobain (n° 48), qui a 10^{cm} de diamètre ($2r$), $1^{cm},5$ d'épaisseur et $1^{m},984$ de rayon de courbure (R). Je me suis proposé d'exercer sur ce disque des efforts de nature à rendre sa surface astigmate et à mesurer, par le procédé de la lame de couteau, l'astigmatisme du faisceau réfléchi (la source étant au voisinage du centre de courbure). Soient l la longueur d'astigmatisme observée, ε la différence des flèches de courbure des deux méridiens principaux du miroir. On a :

$$2\varepsilon = \frac{r^2}{2}\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R+l}\right),$$

d'où ici

$$\varepsilon = \frac{r^2 l}{4R^2} = \frac{l}{6500}.$$

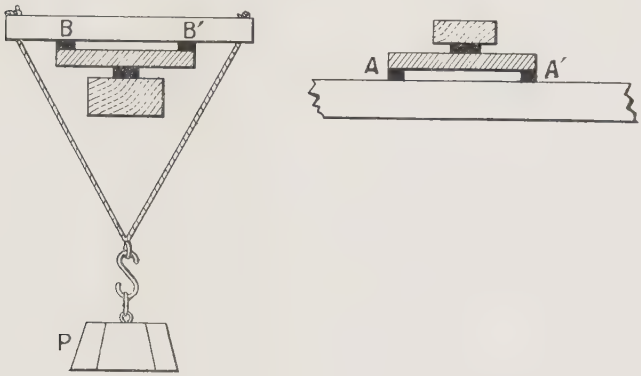
En prenant quelques précautions (mesures répétées, faites dans deux positions du miroir résultant d'une rotation de $\pi : 2$ autour de son axe, pour éliminer l'astigmatisme qui résulte des conditions même de l'observation) on peut espérer déterminer l avec une erreur moyenne de $0^{mm},015$. L'erreur moyenne sur ε sera donc seulement de 2,5 millimicrons, ou : $1/120^{ième}$ de frange.

Dans une première opération, on place (*fig.* 3) le miroir face en dessus, sur un support constitué par deux petites cales de bois AA′ garnies d'étoffe qui soutiennent les deux extrémités d'un certain diamètre M du disque. Au-dessus de celui-ci on place une traverse chargée d'un poids P qui s'appuie sur la surface du miroir par deux cales, BB′ aux extrémités du diamètre perpendiculaire à M. Le poids P est mis en place et ôté sans choc. Après cette opération, on porte (sans choc et sans échauffement) le miroir sur un support d'essai (§ 10, *fig.* 18) et l'on procède à la mesure de l'astigmatisme

du faisceau réfléchi. Appelons x la distance au miroir de la focale parallèle au diamètre M, et x' celle de la focale qui lui est perpendiculaire. Posons $l_1 = x_1 - x'_1$.

Replaçons le disque sous la presse, mais en le tournant d'un quart de tour par rapport à sa position précédente, ce qui

Fig. 3.



revient à changer le signe des forces appliquées en chaque point, puis mesurons de nouveau l'astigmatisme. La valeur trouvée est $l_2 = x_2 - x'_2$; si elle ne se confond pas avec la précédente, cela indique que les forces appliquées ont donné au verre dans chaque opération une déformation permanente mesurée par

$$\Lambda = \frac{l_1 - l_2}{2}.$$

J'ai déterminé cette déformation résiduelle pour diverses valeurs de la charge. (En passant d'une charge P_1 à une charge P_2, j'ai pris la précaution de presser le verre un grand nombre de fois alternativement dans les deux positions, sous la nouvelle charge, de façon à stabiliser le cycle). Le tableau suivant résume le résultat de mes mesures. La charge a varié de 5 à 93^{kg} (le poids du disque de verre est $0^{kg},289$.) L'astigmatisme résiduel Λ est indiqué en millimètres et la différence ε des flèches des courbures principales qui lui correspond en millimicrons (Tableau II).

TABLEAU II.

Charge.	5kg.	10.	20.	57.	78.	93.
A.....	+0mm,010	+0,039	+0,052	+0,019	+0,090	+0,028
ε.....	1,5	6,0	7,9	2,9	13,9	4,3

On voit que la déformation observée est extrêmement petite, bien inférieure aux défauts propres à la surface du miroir, de telle sorte qu'on ne peut pas espérer la connaître avec une précision relative satisfaisante, même par des mesures très nombreuses (chacun des chiffres du tableau précédent résulte de 120 pointés à la lame de couteau, 60 sur chaque focale). Je ne crois pas cependant devoir douter de l'existence du phénomène, en raison du sens constant des écarts observés, et parce que j'ai pris la précaution d'ordonner les mesures de telle sorte que j'ignorais en les faisant, dans quel sens l'effet devait se manifester.

J'ai cherché de même à mettre en évidence une déformation visqueuse du verre en laissant le miroir soumis à une force de 25^{kg} dans l'appareil de la figure 3 pendant longtemps.

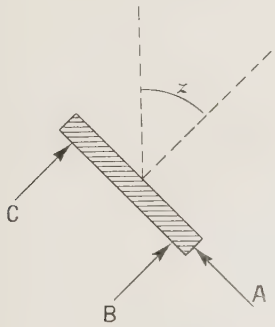
Le 27 octobre 1931, après une courte application de la force, j'ai trouvé que la partie de l'astigmatisme du faisceau réfléchi qui appartient au miroir était $l = 0^{mm},248$. La pression ayant été établie de façon permanente, j'ai trouvé le 28 décembre $l = 0^{mm},225$ et le 5 janvier 1932 $l = 0^{mm},269$. Le 24 septembre 1932, deux séries de mesures ont donné $l = 0^{mm},403$ et $l = 0^{mm},398$. La comparaison de ces divers chiffres semble indiquer l'existence d'un accroissement de l'astigmatisme à raison de $0^{mm},15$ par an. L'expérience continue.

Dans les expériences précédemment décrites, la déformation rémanente qu'on a décelée est voisine du millième de la déformation qu'on observerait si l'on pouvait faire des mesures pendant que la force agit; cela, alors que les tensions du verre sont de l'ordre d'une centaine de kilogrammes par centimètre carré. Si le raisonnement fait au début de ce paragraphe est exact (il suppose seulement que la déformation est une fonction continue de la force), le rapport de la déformation résiduelle à la déformation en charge décroît quand la force appliquée décroît. Considérons un miroir de 1^{m} de diamètre et de 15^{cm} d'épaisseur, fléchissant sous

l'effet de son poids lorsqu'il est supporté horizontalement par deux appuis placés aux extrémités d'un diamètre. On calcule aisément que les tensions du verre qui résultent des moments fléchissants sont seulement de l'ordre du kilogramme par centimètre carré. Par conséquent la déformation résiduelle sera considérablement inférieure au millième de la déformation en charge. Celle-ci est très importante, sans doute, mais en appliquant les formules données au chapitre suivant nous verrions qu'elle n'atteint pas mille fois la quantité tolérable. Donc la déformation résiduelle sera largement inférieure à la quantité tolérable. On s'explique ainsi qu'en étudiant la flexion de quelques grands miroirs sous leur propre poids, je n'aie jamais aperçu le moindre effet d'hystérèse. A l'approximation techniquement utile, on peut donc considérer, comme nous le ferons constamment dans la suite, le verre comme parfaitement élastique.

4. Considérons (*fig.* 4) un miroir ayant la forme d'un disque circulaire de diamètre 2 R et d'épaisseur e dont l'axe de figure fait

Fig. 4.

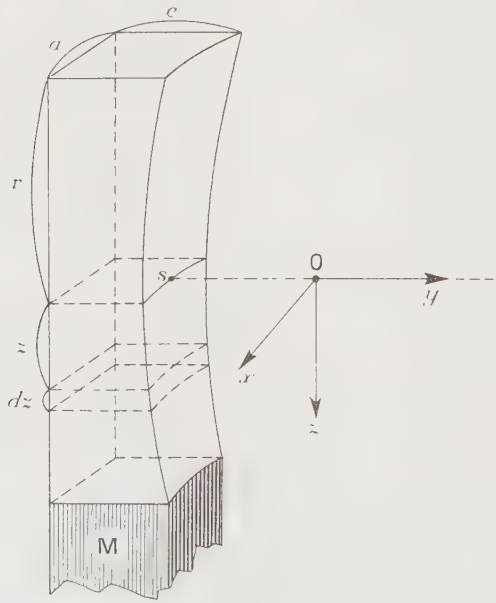


avec la verticale l'angle z. Soit P le poids du disque. Il convient de considérer séparément l'effet de la force P sin z qui appuie le miroir contre le support latéral A et celui de la force P cos z qui l'applique sur les points d'appui B, C, ..., qui soutiennent la face postérieure (dos) du miroir. L'expérience la plus grossière montre que ces deux composantes ont des effets d'ordres de grandeur tout différents.

De la première je ne dirai que ce qu'il faut pour légitimer l'extrême brièveté de son étude. Nous supposons le ou les supports A, ... placé sensiblement au milieu de l'épaisseur du disque, lequel est dressé verticalement ($z = 90^{\circ}$). Dans ces conditions, on peut s'attendre à observer une déformation locale de la surface du verre au voisinage immédiat du ou des supports A, région où l'hypothèse de la flexion plane est évidemment inapplicable. Je n'ai pu observer l'effet attendu ni sur un miroir sphérique de 75^{cm} ni sur un miroir plan de 91^{cm} ni même sur un miroir parabolique de $1^{m},20$ de diamètre; les épaisseurs de ces miroirs étaient respectivement $3^{cm},5 - 9^{cm},5 - 14^{cm},5$.

Il existe aussi une déformation générale du méridien vertical du miroir due à ce que ce diamètre est comprimé, d'ailleurs non uniformément. Pas plus que le précédent, cet effet n'a été accessible à l'observation. Cela n'est pas étonnant dans le cas du

Fig. 5.



miroir plan, mais n'a pas laissé de me surprendre dans le cas du miroir parabolique de $1^{m},20$ le plus grand qu'il m'ait été donné d'étudier jusqu'à ce jour.

Pour justifier ce résultat négatif de l'expérience, nous allons calculer l'effet de la pesanteur dans le plan du miroir dans un cas particulier simple. Considérons un miroir de contour rectangulaire de hauteur 2R et de largeur a (*fig.* 5). Le rayon de courbure $2f$ de la surface étant supposé relativement grand, nous pouvons regarder l'épaisseur e comme constante sur toute la hauteur. La tranche inférieure repose sur le support M qui exerce une pression uniforme sur toute la surface de contact. Considérons une tranche a, e, dz, de cote z. L'unité de surface horizontale de cet élément se trouve chargée du poids

$$F = g\,\delta(R + z) \tag{1}$$

de la portion du prisme qui le surmonte; g est l'accélération de la pesanteur, δ la densité du verre. L'effet de la force F est : 1° une diminution de la hauteur dz de l'élément de volume considéré, qui devient dz' :

$$\frac{dz - dz'}{dz} = \frac{F}{E}, \tag{2}$$

E étant le module de traction (module d'Young) de la matière employée; 2° un accroissement corrélatif des dimensions perpendiculaires qui s'écrit

$$\frac{dy' - dy}{dy} = -\sigma\,\frac{dz' - dz}{dz}, \tag{3}$$

$$\frac{dx' - dx}{dx} = -\sigma\,\frac{dz' - dz}{dz}, \tag{4}$$

σ étant le coefficient de Poisson caractéristique du verre employé.

L'élément du méridien vertical du miroir a pour inclinaison sur l'axe Oz

$$\alpha = \frac{dy}{dz} = \frac{z}{2f}. \tag{5}$$

En joignant les unes aux autres les relations (1), (2), (3), (5) nous trouvons la pente α' de la méridienne fléchie

$$\alpha' = \frac{dy'}{dx'} = \frac{1 + \sigma\,\dfrac{g\,\delta(R + z)}{E}}{1 - \dfrac{g\,\delta(R + z)}{E}}\,\frac{z}{2f},$$

formons la différence $\alpha' - \alpha$ en tenant compte de la petitesse relative des déformations, il vient

$$\alpha' - \alpha = \frac{(1+\sigma)\,\delta g}{2Ef}\, z(z+R),$$

en intégrant nous obtiendrons la différence des ordonnées du méridien vertical fléchi avec celles du méridien non fléchi, soit

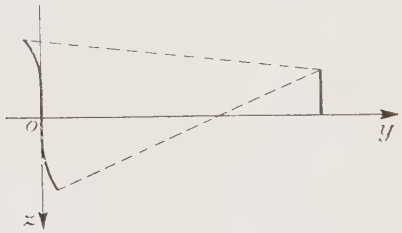
$$(6) \qquad y' - y = (1+\sigma)\frac{\delta g}{2Ef}\left[\frac{z^3}{3} + R\frac{z^2}{2}\right].$$

Le terme en z^3 représente une aberration du genre coma (*fig.* 6). Calculons sa valeur au bord du miroir de $1^m,20$ avec

$$\sigma = 1:4; \qquad \delta = 2,5; \qquad g = 981; \qquad E = 7,27 \times 10^{11};$$
$$z = \pm 60; \qquad f = 720.$$

On trouve $(y' - y)_{\text{bord}} = 2$ millimicrons, quantité imperceptible dans les conditions de l'expérience. Le terme en z^2 de l'expres-

Fig. 6.



sion (6) représente un changement de la courbure du méridien vertical considéré. En le comparant à celui qu'éprouve l'élément du méridien horizontal nous en déduirons l'astigmatisme dû à la flexion.

D'après (6) l'allongement de la longueur focale correspondant à la nappe de rayons qui ont été réfléchis par le méridien vertical est

$$\Delta f_x = \sigma\frac{\delta g}{E}\, rf,$$

la longueur d'astigmatisme qu'on pourrait observer dans le fais-

ceau réfléchi au centre de courbure est

$$l = 4(\Delta f_x - \Delta f_z) = 4(1 + 2\sigma)\frac{\delta g}{E} rf;$$

soit ici 9 microns, quantité dix fois plus petite que celle que l'on pourrait déceler par l'examen de l'image donnée par un faisceau dont l'ouverture est seulement 1 : 12.

De ce calcul, il résulte que ce n'est qu'avec un miroir beaucoup plus grand que celui qu'il m'a été donné d'étudier, pour un diamètre de l'ordre de 3^m, que les flexions dues à la composante de la pesanteur perpendiculaire à l'axe optique peuvent atteindre une valeur sensible. Il est bien douteux que l'image toujours défectueuse des astres situés bas sur l'horizon permette de l'apercevoir avec une ouverture même considérable.

5. Au contraire la composante de la pesanteur parallèle à l'axe de figure du disque, $P \cos z$ (*fig.* 4), en faisant fléchir le miroir entre les points d'appui C, B, qui soutiennent sa face postérieure produit un effet sensible même pour des dimensions très modestes. Il est nécessaire de s'en préoccuper dès que le diamètre du miroir atteint une vingtaine de centimètres.

Nous allons étudier avec quelques détails les flexions d'un disque dans un cas particulier où le calcul et l'expérience peuvent aisément être comparés et qui offre de plus un grand intérêt pratique. C'est celui où le système des forces qui produit la flexion admet une *symétrie de révolution* autour de la figure même du disque. Dans ce même cas l'expression des flexions se présente sous une forme qu'il est aisé d'interpréter dans le langage de l'optique géométrique : les déformations qu'éprouve la surface du miroir ont seulement pour conséquence un changement de sa distance focale et l'apparition d'aberration de sphéricité.

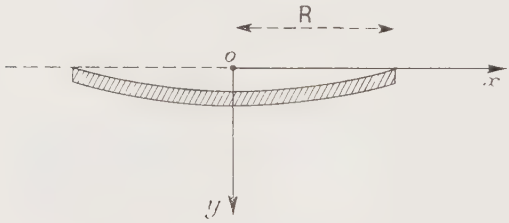
Considérons un disque de diamètre 2R et d'épaisseur e. On suppose, comme je l'ai dit, que le disque est relativement mince, c'est-à-dire ici, qu'à l'approximation désirée le rapport $e^2 : R^2$ peut être négligé devant l'unité. La matière dont est fait le disque est caractérisée par sa densité δ, son module de traction (module d'Young) E, son module de glissement (module de Coulomb) μ; ces deux dernières quantités étant reliées par une

expression

$$\sigma = \frac{E}{2\delta} - 1,$$

qui définit le coefficient de Poisson σ. On trouvera les valeurs numériques de δ et de E, pour les matériaux utilisés en optique, dans le Tableau VI. Pour ces mêmes substances, σ diffère peu de 0,25. Nous poserons uniformément dans la suite $\sigma = 1 : 4$, et nous prendrons l'accélération de la pesanteur g égale à 981 cm : sec². Le disque (*fig.* 7) est supposé placé de telle sorte

Fig. 7.



que son axe est vertical, la surface optique tournée vers le haut. Nous supposons cette surface primitivement plane, et l'épaisseur du disque uniforme. L'un des axes de référence est l'axe de symétrie, la direction positive étant vers le bas de telle sorte qu'une cote positive d'un élément de la surface fléchie correspond à un allongement du chemin optique. L'origine est dans le plan normal à l'axe optique qui contient les bords de la surface.

Les mémoires et traités sur l'élasticité [1] indiquent l'équation de la méridienne de flexion pour un certain nombre de systèmes de forces particuliers : en utilisant le *principe de superposition*, on peut en déduire la forme que prendra un miroir sous l'action d'un système de forces donné.

1° Considérons par exemple un disque appuyé le long de sa circonférence extérieure sur un support circulaire et soumis à une force totale Q uniformément répartie le long d'une circonférence

---

[1] *Voir* notamment la Théorie de l'Élasticité des corps solides de Clebsch, traduit et annoté par Saint-Venant et Flamand. Paris, 1883; il emploie d'ailleurs d'autres paramètres élastiques que ceux que j'ai définis plus haut.

de rayon r_0 (*fig.* 8). Le poids du disque lui-même est négligé. Posons

$$\xi = \frac{x}{R}, \qquad \rho = \frac{r_0}{R}.$$

L'ordonnée a pour expression

$$(7) \qquad y = \frac{3}{4\pi}(1-\sigma^2)\frac{QR^2}{Ee^3}U.$$

Pour $0 < \xi < \rho$ il faut prendre

$$U = 2(1-\rho^2) + \frac{1-\sigma}{1+\sigma}(1-\rho^2)(1-\xi^2) + 2(\xi^2+\rho^2)\log_e \rho.$$

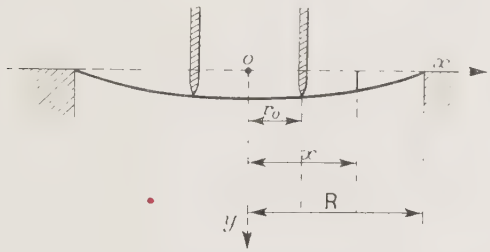
Et pour

$$\rho < \xi < 1,$$

$$U = 2(1-\xi^2) + \frac{1-\sigma}{1+\sigma}(1-\rho^2)(1-\xi^2) + 2(\xi^2+\rho^2)\log_e \xi.$$

2° Si le disque soutenu comme précédemment par le bord fléchit

Fig. 8.



sous l'action d'une pression uniforme p par unité de surface, sa méridienne est

$$(8) \qquad y = \frac{3}{16}(1-\sigma^2)\frac{pR^4}{Ee^3}V,$$

en posant

$$V = \xi^4 - \frac{6-2\sigma}{1+\sigma}\xi^2 + \frac{5-\sigma}{1+\sigma}.$$

3° Les deux solutions particulières précédentes permettent immédiatement d'écrire la méridienne d'un disque qui fléchit sous son propre poids, étant supporté (*fig.* 9) par un appui circulaire

de rayon

$$r_0 = \rho R.$$

La charge par unité de surface est ici

$$p = g\,\delta e.$$

D'où

$$y_2 = \frac{3}{16}(1-\sigma^2)\,g\,\frac{\delta}{E}\,\frac{R^4}{e^2}\,V.$$

D'autre part, la force totale appliquée sur la circonférence de rayon r_0 étant

$$Q = -\pi R^2 g\,\delta e,$$

la réaction sur l'appui du bord disparaît, il vient

$$y_1 = -\frac{3}{4}(1-\sigma^2)\,g\,\frac{\delta}{E}\,\frac{R^4}{e^2}\,U.$$

en vertu du principe de superposition, la méridienne cherchée est

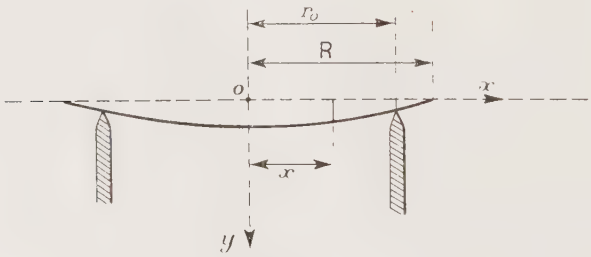
$$(9) \qquad y_3 = y_1 + y_2 = (1-\sigma^2)\,g\,\frac{\delta}{E}\,\frac{R^4}{e^2}\left(\frac{3}{16}V - \frac{3}{4}U\right)$$

que nous écrirons

$$y_3 = K g\,\frac{\delta}{E}\,\frac{R^4}{e^2}\,\varphi(\sigma, \rho, \xi),$$

où K est un nombre constant. J'ai calculé la valeur de la fonction φ,

Fig. 9.



σ étant pris égal à 1 : 4, pour 7 valeurs de ρ et pour 10 valeurs de ξ. On a

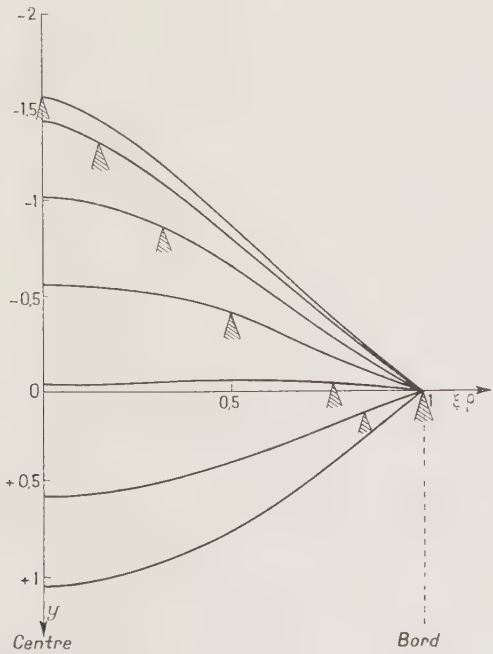
$$(10) \qquad Y = 0{,}704\,g\,\frac{\delta}{E}\,\frac{R^4}{e^2}\,\varphi(\rho, \xi)_{\sigma=0{,}25}.$$

TABLEAU III. — *Valeur de* $\varphi(\rho, \xi)_{\sigma=0,25}$.

ξ.	$\rho=0,000$.	$\rho=0,150$.	$\rho=0,333$.	$\rho=0,500$.	$\rho=0,667$.	$\rho=0,850$.	$\rho=1,000$.
0,0.....	—1,549	—1,406	—1,020	—0,553	—0,033	—0,563	+1,050
0,1.....	1,490	1,374	1,005	0,547	0,034	0,556	1,038
0,2.....	1,367	1,283	0,962	0,531	0,038	0,532	0,999
0,3.....	1,214	1,147	0,889	0,503	0,045	0,493	0,935
0,4.....	1,043	0,989	0,783	0,461	0,051	0,441	0,849
0,5.....	0,864	0,821	0,659	0,404	0,055	0,377	0,741
0,6.....	0,682	0,650	0,526	0,330	0,056	0,304	0,614
0,7.....	0,503	0,481	0,390	0,249	0,052	0,227	0,473
0,8.....	0,330	0,313	0,255	0,163	0,035	0,149	0,321
0,9.....	0,162	0,155	0,125	0,081	0,018	0,071	0,161
0,10.....	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000

Ces nombres ont servi à tracer les courbes de la figure 10 qui

Fig. 10.



représentent (à une échelle très grande, si l'on considère les

flexions des miroirs réels) la forme des méridiennes d'un disque soutenu par un appui circulaire dont le rayon est indiqué sur chaque courbe.

6. La discussion de ces résultats présente un grand intérêt pratique : nous allons la faire non en considérant les fonctions φ elles-mêmes, mais en substituant à chacune d'elles un développement approché où apparaissent les paramètres ordinaires de la dioptrique du troisième ordre. Pour la valeur du coefficient de Poisson que nous avons admise, soit $\sigma = 1 : 4$, et pour chaque valeur de ρ considérée, l'équation (10) qui définit la méridienne du miroir va s'écrire

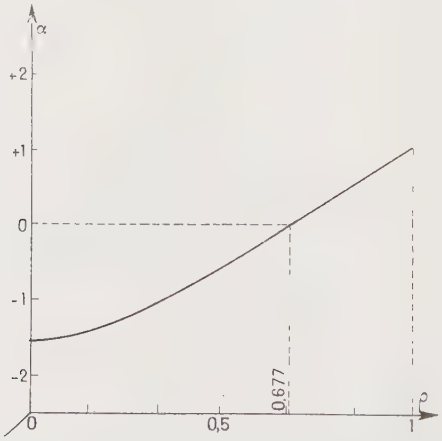
$$y = 0{,}7048 \frac{\delta}{E} \frac{R^4}{e^2} f(\xi) \tag{11}$$

avec

$$f(\xi) = \alpha + \beta\xi^2 + \gamma\xi^4. \tag{12}$$

nous allons déterminer les constantes α, β, γ de manière que l'on ait : $f(\xi) = \varphi(\xi)$ pour $\xi = 0$, $\xi = 0{,}7$ et $\xi = 1$. Hors ces valeurs, les deux fonctions ne se confondent évidemment pas, mais j'ai

Fig. 11.



vérifié que leur différence reste assez petite pour être négligée dans la plupart des applications.

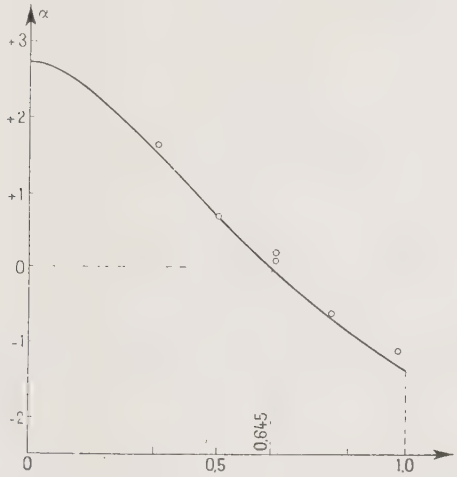
Voici le tableau des nombres qui correspondent aux courbes précédemment déterminées.

TABLEAU IV.

ρ....	0,000.	0,150.	0,333.	0,500.	0,667.	0,850.	1,000.
α.....	—1,549	—1,406	—1,020	—0,553	—0,033	+0,563	+1,350
β.....	+2,700	+2,348	+1,540	+0,685	—0,108	—0,805	—1,301
γ.....	—1,151	—0,942	—0,540	—0,132	+0,141	+0,242	+0,251

Les courbes des figures 11, 12, 13 représentent la variation des

Fig. 12.



quantités α, β et γ en fonction de ρ. On trouvera au chapitre suivant des exemples des applications pratiques qu'elles comportent.

1° La figure 14 représente la méridienne du miroir fléchi; nous allons considérer d'abord l'accroissement $\Delta\mathcal{C}$ de sa courbure moyenne dû à la flexion; cette quantité est considérée comme positive si le miroir devient concave ($\beta < 0$). On a

$$\Delta\mathcal{C} = \frac{2\gamma_0}{R^2}.$$

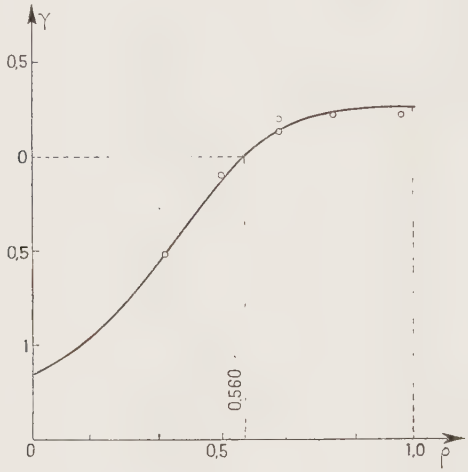
Si le miroir est celui d'un télescope dont la longueur focale résultante est F, du fait de la flexion le foyer se déplace le long de

l'axe optique de

$$\Delta F = -2 F^2 \Delta \mathcal{C}.$$

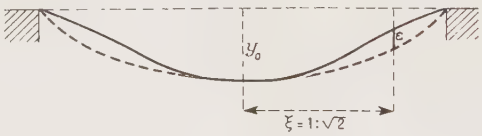
Dans le cas d'un télescope ordinaire, cet effet qui oblige à rectifier de temps en temps la mise au point n'est pas un grave incon-

Fig. 13.



vénient, parce que la position du foyer ne varie que lentement lorsque l'astre observé est voisin du méridien et que, malheureu-

Fig. 14.



sement, les échanges thermiques dont le miroir est le siège sont une cause de variations plus amples et plus rapides de la distance focale.

Au contraire la courbure $\Delta \mathcal{C}$ a des conséquences directement nuisibles si le miroir, supposé initialement plan doit réfléchir la lumière sous une incidente i notable : le faisceau réfléchi devient astigmate. On calcule aisément que la distance des deux droites

focales sur lesquelles le faisceau s'appuie est

$$l = 2F^2\left(\frac{1}{\cos i} - \cos i\right)\Delta\mathcal{C},$$

F étant ici la longueur focale de l'objectif de la lunette avec laquelle on observe.

Pour préciser l'ordre de grandeur des effets de la flexion, considérons par exemple un miroir de verre ayant 1^m de diamètre et 10^{cm} d'épaisseur, que nous supposerons soutenu par son bord ($\rho = 1$). Prenons

$$g = 981; \qquad \delta = 2,5; \qquad E = 7,27 \times 10^{11}; \qquad R = 50; \qquad e = 10.$$

La flèche de courbure y_0 vaut 1,56 micron. La variation de la courbure moyenne est

$$\Delta\mathcal{C} = 1,247 \times 10^{-7}$$

(le centimètre étant l'unité de longueur) et si la longueur focale vaut par exemple 6^m, elle diminue du fait de la flexion de $0^{mm},90$.

Supposons maintenant que le miroir soit le plan qui doit envoyer la lumière d'un astre situé au zénith à une lunette horizontale ayant 70^{cm} d'ouverture et 14^m de longueur focale. Nous avons $i = z = 45^\circ$; $\Delta\mathcal{C} = 0,886 \times 10^{-7}$. La longueur d'astigmatisme est de $2^{mm},45$, quantité environ 20 fois plus grande que celle qu'on pourrait juste déceler par l'examen de l'image et 8 fois plus grande que celle qu'on pourrait sans inconvénient tolérer.

2° Revenons au cas où le miroir considéré est celui d'un télescope dirigé vers le zénith, et examinons l'aberration de sphéricité introduite par la flexion. Le plus grand écart de l'onde réfléchie par rapport à la sphère dont elle s'éloigne le moins (et qui est définie par la courbure moyenne $\Delta\mathcal{C}$ précédemment considérée) a lieu à l'abscisse $\xi = 1 : \sqrt{2}$ et vaut 2ε (*fig.* 11), ε étant la déformation de la surface réfléchissante

$$2\varepsilon = 704\, g\, \frac{\delta}{E}\, \frac{R^4}{e^2}\, \frac{\gamma}{2},$$

soit ici 0,186 micron. On observe une aberration de sphéricité qui est du genre surcorrection lorsque γ est positif comme c'est le cas ici. Sa valeur, environ un tiers d'onde, est un peu supérieure à la limite admissible.

7. Disposant d'un miroir assez grand et assez mince pour que ses flexions soient importantes et par conséquent susceptibles d'être mesurées expérimentalement avec une bonne précision relative, j'ai cherché à comparer à l'observation le résultat des calculs effectués ci-dessus. Ce miroir a $74^{cm},6$ de diamètre et seulement $3^{cm},44$ d'épaisseur; pour préciser l'ordre de grandeur des quantités à mesurer, supposons que le miroir soit soutenu par le bord. Les formules précédentes indique que sa flèche de courbure vaut

$$y_0 = 3,88 \times 1,05 \times 10^{-4} \text{ cm, soit } 4,07 \text{ microns}$$

et que l'ordonnée ε qui mesure l'aberration de sphéricité est

$$\varepsilon = 3,88 \times 0,251 \times 10^{-4} : 4 \text{ cm, soit } 0,242 \text{ micron.}$$

J'ai étudié les changements que subit la forme de la méridienne de la surface lorsque le disque, placé horizontalement, est soutenu par un appui circulaire de rayon r_0. La méridienne de flexion a pour expression générale, le centimètre étant l'unité de longueur,

$$y = a + bx^2 + cx^4. \tag{13}$$

Les coefficients a et c étant déterminés expérimentalement comme je vais l'indiquer, en joignant ensemble les équations (11), (12), (13), et remarquant qu'on a

$$r_0 = \rho R, \qquad x = \xi R.$$

on déduira dans chaque cas les valeurs correspondantes des coefficients β et γ de l'équation réduite (12) par les relations

$$b = 0,704 g \frac{\delta}{E} \frac{R^2}{e^2} \beta.$$

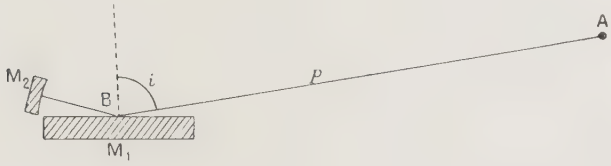
$$c = 0,704 g \frac{\delta}{E} \frac{1}{e^2} \gamma.$$

Au miroir à étudier M_1 (*fig.* 15), j'ai associé un miroir sphérique concave M_2 de 20^{cm} de diamètre et $2^m,20$ de rayon de courbure. Une source ponctuelle était placée en A, au voisinage du symétrique du centre de courbure de M_2 par rapport à M_1. La forme de M_1 se déduit des propriétés du faisceau doublement réfléchi par M sous l'incidence i. Pour l'étudier, on place sur le plan un diaphragme de papier (*fig.* 16) qui délimite deux zones

dont les rayons moyens quadratiques sont respectivement x_1 et x_2.

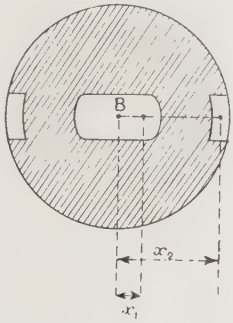
Considérons d'abord le faisceau réfléchi dans la région centrale

Fig. 15.



de M_1. Le coefficient b de l'équation de la méridienne n'étant pas nul, le faisceau doublement réfléchi est astigmate. Un calcul immé-

Fig. 16.



diat montre que la longueur d'astigmatisme ou distance des focales vaut

$$l = -8\,p^2\left(\frac{1}{\cos i} - \cos i\right) b.$$

p étant la distance commune AB de la source et de l'image au centre de M_1 ; l est pris positif quand la distance de la focale sagittale (verticale) est supérieure à la distance de la focale tangentielle horizontale. La mesure se fait commodément par la méthode de la lame de couteau de Foucault. La lame peut tourner autour de l'axe du faisceau et occuper successivement deux positions rectangulaires. On peut d'autre part la déplacer parallèlement à AB au moyen d'une vis micrométrique de manière à réaliser dans chaque position l'extinction uniforme qui définit la position de l'une des

focales. Il est bon de faire successivement chaque détermination en plaçant le couteau à la droite puis à la gauche de l'observateur, en haut puis en bas. Cette précaution prise, si l'on répète les mesures en les croisant, on trouve que les résultats de chacune des séries indiquent la même valeur de l'astigmatisme à 2 centièmes de millimètre près, quand les supports qui soutiennent les diverses parties du dispositif sont des poutres très rigide, et pourvu que la température soit bien constante. On déduira le terme b de l'astigmatisme ainsi mesuré.

Laissons maintenant l'arête du couteau horizontale. Nous constatons qu'il est en général impossible d'éteindre d'une façon simultanée les trois pinceaux limités par les ouvertures du diaphragme, lorsque le miroir est fléchi. A partir de la position qui correspond à l'extinction uniforme de la région centrale. il faut déplacer le couteau parallèlement à AB d'une longueur λ pour obtenir l'extinction simultanée des deux positions observables de la zone marginale du miroir. Nous prendrons λ avec le signe positif lorsque pour passer du foyer du centre à celui du bord, il faut éloigner le couteau du miroir. Un calcul sur lequel il n'y a pas lieu d'insister montre que la longueur λ est reliée au coefficient c de la formule (13) par la relation

$$\lambda = \frac{16p^2}{\cos i}(x_2^2 - x_1^2)\,c.$$

Dans son ensemble, l'expérience consiste à déterminer les valeurs l_0 et λ_0 que prennent en l'absence de toute flexion les grandeurs mesurées (ces valeurs ne sont pas nulles, en raison de l'inclinaison des faisceaux sur l'axe du miroir sphérique M_2 et des imperfections du miroir M_1 qui n'était que sommairement travaillé) puis les valeurs correspondantes l et λ sur le miroir fléchi,

$$\beta = -\frac{Ee^2}{0{,}704\,g\,\delta R^2}\,\frac{(l - l_0)}{8p^2\left(\frac{1}{\cos i} - \cos i\right)}.$$

$$\gamma = \frac{Ee^2}{0{,}704\,g\,\delta}\,\frac{(\lambda - \lambda_0)\cos i}{16p^2(x_2^2 - x_1^2)}.$$

Les conditions de l'expérience étaient :

$$i = 80^\circ 5; \qquad p = 176^{\text{cm}}; \qquad x_1 = 10{,}85^{\text{cm}}; \qquad x_2 = 31{,}00^{\text{cm}}.$$

On avait finalement

$$\beta = -2,46(l - l_0),$$
$$\gamma = 1,52(\lambda - \lambda_0).$$

Le miroir dont le poids est $37^{kg},5$ était supporté par une centaine de ressorts à boudin dont la hauteur 3^{cm} se réduisait à $2^{cm},4$ en charge. Ces ressorts ont été choisis parmi un grand nombre, en vérifiant, au moyen d'un appareil facile à imaginer l'égalité de leur force lorsque leur hauteur était réduite à 24^{mm}. Ils soutenaient le dos plan du miroir en s'appuyant sur un épais disque de fonte renforcé de nervures, qui n'était autre qu'un outil à polir bien dressé. Dans une expérience préliminaire, ces ressorts étaient uniformément répartis en quinconces sous toute la surface du miroir; dans les autres cas, ils étaient rangés équidistants le long d'une circonférence de rayon $r_0 = \rho R$ connu. Voici le tableau des valeurs observées de $(l - l_0)$, $(\lambda - \lambda)$ et les valeurs de β et de γ qui s'en déduisent.

TABLEAU V.

ρ.	$l - l_0$.	$\lambda - \lambda_0$.	β.	γ.
	cm	cm		
0,351	—0,668	—0,306	+1,64	—0,52
0,500	—0,276	—0,056	+0,69	—0,10
0,654	—0,042	+0,112	+0,10	+0,19
0,654	—0,084	+0,077	+0,21	+0,13
0,800	+0,240	+0,122	—0,59	+0,21
0,977	+0,443	+0,122	—1,09	+0,21

Pour comparer aux résultats du calcul les nombres observés, j'ai porté ceux-ci sur les diagrammes des figures 12 et 13. En ce qui concerne le coefficient γ, les différences des nombres calculés et observés doivent être considérées comme négligeables elles ne correspondent qu'à des différence de l'ordre d'un dixième de frange sur la valeur de l'aberration de sphéricité. Pour le terme β, l'écart est un peu plus grand et présente une allure systématique : l'écart $\beta_{obs} - \beta_{calc}$ est en moyenne positif; il faut vraisemblablement attribuer ce fait à une erreur commise dans la détermination de l_0. La principale difficulté de ces mesures est l'élimination des effets thermiques. Si la température de la pièce où l'on opère varie, il

apparaît une courbure importante due à ce que les échanges de chaleur avec le milieu ambiant n'ont pas la même activité sur les deux faces du disque. J'ai naturellement pris la précaution de séparer le miroir étudié de l'observateur et de la lampe à acétylène qui sert de source par une cloison percée seulement d'une petite ouverture pour le passage des faisceaux.

Mise à part cette légère erreur systématique, on voit que la courbe des valeurs de β en fonction de ρ qu'on pourrait tracer au moyen des points expérimentaux présente bien la même pente moyenne que la courbe théorique. On peut donc conclure que les formules du paragraphe 5, exactes seulement pour une épaisseur infiniment petites, représentent de façon suffisamment approchée pour les besoins de la pratique les flexions d'un miroir dont l'épaisseur est notable.

8. Le calcul des flexions d'un disque placé sur un support constitué par un groupe donné quelconque de points d'appuis n'a pas en général la simplicité qu'il présente dans le cas particulier que nous venons d'étudier, où les forces admettent une symétrie de révolution autour de l'axe de figure du disque. Mais si l'on conserve l'hypothèse que nous avons formulée au paragraphe 5 et dont les expériences rapportées au paragraphe 7 ont montré l'intérêt pratique, il résulte de la théorie de l'élasticité des corps solides que l'expression des ordonnées du solide fléchi comporte une forme générale dont les formules du paragraphe 5 ne sont qu'un cas particulier : si comme nous l'avons supposé l'épaisseur e du disque est petite comparée à son diamètre $2R$, les ordonnées de flexion se présentent dans tous les cas sous la forme générale

$$y = K g \cos z \frac{\delta}{E} \frac{R^4}{e^2}, \tag{14}$$

où g est l'accélération de la pesanteur, z l'angle de la normale avec la verticale, δ la densité et E le module de traction de la matière dont est fait le disque. K est un facteur numérique qui depend de la nature du support, de la région du miroir dont on considère le déplacement y parallèlement à l'axe, et enfin, de la surface de référence à laquelle on compare la surface fléchie pour

mesurer ce déplacement. La valeur numérique de K dont le calcul *a priori* est en général impraticable devra être demandée à une expérience effectuée dans les conditions mêmes pour lesquelles on désire la connaître : la formule (14) ne fournit qu'une règle d'extrapolation.

Il n'est pas inutile de formuler à ce sujet quelques remarques.

Tout d'abord, si nous considérons plusieurs disques de mêmes dimensions (R; *e*), placés sur le même support, mais faits de différents matériaux, on voit que chacun d'eux éprouve sous son propre poids des déformations qui sont proportionnelles au rapport $\delta : E$ de sa densité à son module de traction. Ce rapport peut donc servir de criterium pour comparer la flexibilité des diverses substances dans les conditions qui nous occupent.

J'ai rassemblé dans le tableau suivant (VI) les constantes caractéristiques de divers matériaux dont on a fait, dont on fait, dont on a proposé de faire les grands miroirs. On y trouvera aussi les données relatives aux bois qui servent à construire les grands outils à polir. Les diverses espèces de verres (1, 2, 3) exempts de plomb qu'on peut employer sont, comme on le voit, équivalentes entre elles; un miroir de quartz fondu (4) fléchira exactement autant qu'un miroir de verre de mêmes dimensions. Le bronze blanc (5) employé autrefois est trois fois plus flexible que le verre; à cet égard le magnalium (6) et les aciers inoxydables (8) qu'on prépare depuis quelques années sont bien préférables. D'ailleurs, les métaux présentent sur le verre l'avantage de pouvoir être aisément façonnés sous des formes qui, pour un volume donné, présentent une grande rigidité. C'est en vue de concilier cet avantage avec celui qu'ont les matières vitreuses de se polir facilement et d'être propres à recevoir une argenture indéfiniment renouvelable que j'ai cherché à construire des miroirs composites, consistant en un corps métallique rigide recouvert d'une mince couche d'*émail* dont la surface extérieure reçoit le travail optique. Les résultats de mes expériences sur la construction et les propriétés de ce type nouveau de pièces d'optiques sont rassemblés à la fin du Chapitre III. Dans mes premiers essais, j'ai employé le cuivre rouge (9) et la fonte (7). Le tableau montre que l'acier (que je n'avais pas la posibilité de faire couler à la forme voulue) serait bien préférable.

TABLEAU VI.

	δ.	$E \times 10^{-11}$.	$\frac{\delta}{E} \times 10^{11}$.
1. Verre à miroirs	2,50 (*)	7,27 (*)	0,344
2. Verre L. 4 de Saint-Gobain	2,4	7	0,34
3. Verre Pyrex	2,3	7	0,33
4. Quartz fondu	2,20	6,5	0,34
5. Bronze des miroirs; composition voisine de $SnCu^4$, soit Sn 317, Cu 683	8,6	8	1,1
6. Magnalium; aluminium 900, magnésium 100	2,46	6,9	0,36
7. Fonte grise	7,3	8,0	0,91
8. Acier	7,83	21,5	0,364
9. Cuivre rouge	8,94	10,0	0.89
10. Laiton, cuivre 600, zinc 400	8,25	9,2	0,90
11. Sapin du Nord; bois choisi sans nœuds droit fil, sec	0,40 (*)	1,10 (*)	0,364
12. Chêne d'Autriche; bois choisi sans nœuds droit fil, sec	0,68 (*)	1,21	0,562

Les outils d'opticien destinés au travail des petites surfaces sont ordinairement en laiton (10); leurs faibles dimensions rendent en général leurs flexions insensibles. Ceux qui servent à la taille des grands miroirs sont faits de poutrelles de bois (11, 12) assemblées de façon à former plusieurs couches où les directions des fibres sont croisées, de telle manière qu'à tout effort fléchissant s'oppose la réaction par compression ou extension parallèle aux fibres, d'un certain nombre d'éléments. Il est assez remarquable qu'une barre de sapin n'éprouve sous son poids que des flexions tout à fait voisines de celles d'une pièce de verre, de quartz ou d'acier de mêmes dimensions supportée de la même maniére ([1]). D'autre part, le coefficient de dilatation thermique du sapin est seulement le quart de celui de l'acier. Ce n'est donc pas seulement par souci d'économie qu'on trouve avantage à employer le bois ici.

Celles des constantes que j'ai déterminées moi-même sont indiquées dans le tableau par un astérisque. Les modules de traction E ont été déduits de la mesure, faite au moyen d'une vis micromé-

([1]) La vitesse du son dans un solide dépend aussi du rapport δ : E. Chladni a montré autrefois que des verges de verre, de fer et de sapin vibrant logitudinalement, émettent des sons de même hauteur lorsque leurs longueurs sont égales

trique, des flèches prises par de longues poutrelles de dimensions connues lorsqu'elles sont soutenues par leurs extrémités et chargées d'un poids unique placé au milieu de leur longueur. Les déformations du support et l'écrasement qui peut se produire aux points de contact ont été éliminés par la précaution que j'ai prise de mesurer les ordonnées à vide sans ôter la charge, mais en la transportant seulement par moitiés à l'aplomb des points d'appui.

Considérons maintenant plusieurs disques faits de la même matière, supportés par des systèmes de points d'appuis géométriquement semblables, le rapport de similitude des supports étant égal au rapport des diamètres des disques. Dans ces conditions on observe des flexions proportionnelles à $R^4 : e^2$.

Je dois attirer l'attention sur ce terme en raison d'une opinion très répandue, mais parfaitement erronée, et qui tient sans doute au fait que la théorie de la similitude en mécanique est encore souvent ignorée, du moins des praticiens de l'optique. On entend affirmer qu'un miroir de télescope possède une « rigidité suffisante » lorsque le rapport de son diamètre à son épaisseur est inférieur ou au plus égal à un certain nombre, lequel varie d'ailleurs suivant les auteurs entre 4 et 10. En réalité, si l'on place sur des supports géométriquement semblables deux miroirs semblables de même matière, le rapport commun de similitude étant λ la théorie montre, comme nous l'avons vu, et l'expérience confirme, qu'on observe des flexions, non pas égales mais proportionnelles au carré λ^2 du rapport de similitude. Il n'existe donc pas une valeur déterminée du rapport du diamètre à l'épaisseur qui jouisse d'une propriété particulière, par exemple celle de correspondre à une valeur tolérable des flexions quel que soit le diamètre du disque. Tout ce qu'on peut dire, c'est qu'un miroir de diamètre $2R$ donné placé sur un support donné, présentera des flexions juste tolérables si son épaisseur e est telle que le rapport $R^4 : e^2$ soit égal à un certain nombre : au chapitre suivant, je préciserai ce nombre pour quelques types usuels de supports.

Pour présenter une rigidité suffisante dans des conditions données, il suffit qu'un petit disque ait une épaisseur relative très petite, alors qu'un disque de grand diamètre devrait avoir une épaisseur relative considérable. Si, dans la pratique, le rapport du diamètre à l'épaisseur reste toujours compris entre des

limites assez rapprochées, cela tient au fait qu'on donne aux petits miroirs une épaisseur supérieure à celle qui serait strictement nécessaire, cela pour faciliter leur exécution et leur montage; au contraire, on est obligé de laisser aux grandes pièces une flexibilité très grande pour éviter un poids énorme et tous ses inconvénients.

J'ai rassemblé en un tableau (VII) les dimensions d'un certain nombre de miroirs que j'ai taillés et dont j'ai pu observer les flexions, ils sont désignés par un numéro d'ordre. J'y ait joint (a, b, c, d, e) les caractéristiques de quelques miroirs célèbres et celle (f) d'un disque pour lequel j'ai établi un projet. On voit que le nombre $R^4 : e^2$ caractéristique des flexions varie dans de très larges limites.

TABLEAU VII. — *Flexibilité de quelques miroirs.*

Nos.		Diamètre 2 R.	Épaisseur e.	$\frac{R^4}{e^2}$.
	A. — *Disques de verre.*			
		cm	cm	$\times 10^3$
48	Miroir sphérique	9,92	1,50	0,269
15	Miroir parabolique	18,6	3,2	0,73
16-60-68	Id.	20,5	3,2	1,07
20	Id.	18,6	2,53	1,17
63	Id.	31,0	6,4	1,41
23	Miroir sphérique	22,96	3,25	1,65
40-41	Lames à faces planes et parallèles	15,7	1,50	1,68
17	Miroir sphérique	52,5	11,3	3,72
65	Miroir parabolique	50,7	9,9	4,23
67	Id.	41,0	4,6	8,76
(a)	Miroir parabolique (Meudon) par Henry Frères	102	14,4	32,6
13-29-39	Miroirs de télescopes de divers types.	81,0	7,6	46,5
21	Miroir plan	91,2	9,35	49,5
77	Miroir parabolique	121	15,0	60,0
(b)	Miroir (Victoria) par Brashear	185	29,3	85,4
(c)	Miroir parabolique (Mont Wilson) par Ritchey	152	18,45	98,3
5	Miroir sphérique	75	3,25	187
(d)	Miroir parabolique (Harvard) par Common	155	12,7	223
(e)	Miroir parabolique (Mont Wilson) par Ritchey	256	30,8	284
(f)	Miroir parabolique, projet	192	15,1	374

B. — *Disques de bronze.*

[Les nombres qui figurent dans la dernière colonne du tableau sont égaux aux rapports $R^4 : e^2$ multipliés par $1,1 : 0,34 = 3,2$. Ce facteur est le rapport de la flexibilité propre du bronze à celle du verre (*voir* Tableau VI)].

Nos.		Diamètre 2R.	Épaisseur *e*.	$\frac{R^4}{e^2}$.
		cm	cm	$\times 10^3$
(*g*)	Miroir parabolique par Lassel.....	122	12,1	303
(*h*)	Miroir parabolique par Lord Rosse..	183	13,7	1200

En raison de la valeur particulière d'un certain coefficient expérimental qui sera déterminé au paragraphe 13 du Chapitre II il se trouve que les chiffres de la dernière colonne du tableau, abstraction faite du facteur commun 10^3, représentent la flexion de chaque miroir, supposé soutenu horizontalement par trois points équidistants de son bord, lorsque l'on prend comme unité la flexion qui pourrait être juste tolérée à l'usage dans ces conditions.

CHAPITRE II.

FLEXION DES MIROIRS (*suite*).
ETUDE DES DISPOSITIFS DESTINÉS A LES ÉVITER.

SOMMAIRE.

9. Rôle des flexions pendant l'exécution d'une grande surface optique. — 10. Effet des flexions dans les examens ou essais d'un miroir. — 11. Flexion dans les conditions d'emploi. Principe des appareils destinés à les éviter. — 12. Dispositifs destinés à définir et fixer la position d'un miroir par rapport au reste de l'intrument. — 13. Flexion d'un miroir placé sur trois points d'appui. — 14. Prévision d'un appareil capable d'éviter les flexions d'un miroir; aspect du problème. — 15. Discussion. — 16. Réalisation pratique. — 17. Exemples d'applications. — 18. Méthode de réglage.

9. Nous allons examiner en premier lieu le rôle des flexions pendant l'exécution d'une surface optique.

Les lentilles et les miroirs de petites dimensions se travaillent d'ordinaire en plaçant le verre sur l'outil; on évite ainsi, pour la

plus grande partie, l'excès d'usure à la périphérie, qui tend à « rabattre » les bords. Dans ces conditions, le verre reçoit de la main des efforts sans cesse variables qui présentent statistiquement une distribution à symétrie de révolution. Comme d'autre part les petits verres sont relativement très rigides, on ne peut pas distinguer le faible effet des flexions des autres causes qui interviennent pour altérer la surface travaillée en la rendant différente d'une sphère (amplitude des mouvements du verre, répartition de l'abrasif, inégale dureté du polissoir, etc.).

Cette façon de faire n'est plus praticable quand le poids du disque atteint une certaine limite; il est difficile de travailler, verre dessus, un miroir d'une trentaine de centimètres de diamètre et de 4 ou 5^{cm} d'épaisseur. L'usage est de travailler les grandes surfaces optiques verre dessous.

Le disque de verre est alors placé sur un support dont les réactions lui imposent certaines flexions. C'est un fait d'expérience, d'ailleurs évident *a priori*, que ces déformations tendent à prendre, du fait du travail optique, un caractère permanent. Le miroir poli possède (en plus des défauts d'exécution proprement dits, qui sont dus au mode d'action de l'outil) des défauts propres égaux aux flexions qu'il présentait durant le travail et de signe contraire.

On voit quelle est l'erreur des opticiens qui prétendent « renforcer » un verre en le collant au moyen de glands ([1]) sur un disque épais de verre ou de métal. Il faut au contraire, comme on le sait placer un verre sur un coussin élastique qui exerce une pression uniforme sur toute la surface postérieure; ce coussin consiste en une ou plusieurs couches de flanelle introduites entre les surfaces bien dressées du disque et de la table métallique sur

---

([1]) Boulettes d'un mastic spécial. L'inconvénient de cette façon de faire est d'autant plus grave que, en raison de sa composition le mastic en question possède à froid les propriétés d'un corps solide et non pas la viscosité de résine et de la poix pures, qui permettrait la relaxation des fortes tensions produites par la non-uniformité de la température ou l'inégalité des coefficients de dilatation du verre et du support. Lorsqu'on est contraint de travailler un disque de verre un peu grand (10 ou 15^{cm} de diamètre) donc flexible, en le collant sur une autre pièce qui serve de poignée (molette), il faut que la molette ait un diamètre au plus égal au rayon du disque, que le collage soit fait par une seule couronne de glands et que ceux-ci soient faits de colophane pure additionnée seulement pour la rendre plus molle, d'un peu d'huile ou d'essence de térébenthine.

laquelle il repose ([1]). Le verre est maintenu latéralement par des cales de bois qui lui laissent un peu de jeu.

Ce mode opératoire décrit par les auteurs classiques ([2]) n'est pas suffisant lorsqu'il s'agit de tailler un miroir mince et flexible. En faisant le premier essai optique d'un miroir de 75^{cm} de diamètre et de $3^{cm},25$ d'épaisseur seulement (n° 5), j'ai eu la surprise d'observer un astigmatisme permanent très supérieur à la limite tolérable : les flèches de courbure des deux méridiens principaux de la surface différaient d'un demi-micron. Le remède est évident. Puisqu'on a pris soin de rendre plan le dos du miroir à 1 ou 2 centièmes de millimètre près, l'irrégularité de la répartition des efforts qui a engendré l'astigmatisme provient exclusivement du support — table et coussin —. Dès lors, il suffit de faire tourner fréquemment le miroir relativement à son support d'un angle constant, un peu inférieur ou un peu supérieur à un droit pendant la durée du travail.

Les déformations prennent alors statistiquement une symétrie de révolution, les défauts qu'elles engendrent deviennent des défauts zonaux indiscernables de ceux qui résultent de l'action du polissoir et justiciables des mêmes corrections. Ultérieurement, j'ai toujours pris cette précaution et l'ai trouvée d'une efficacité complète : je n'ai plus rencontré d'astigmatisme décelable à l'aspect des images ; les résidus astigmatiques mis en évidence par l'essai de Hartmann se sont toujours trouvés nettement inférieurs en valeur angulaire au pouvoir résolvant théorique du miroir, et de l'ordre de grandeur des erreurs de mesure.

10. Les essais optiques qui permettent de déterminer pendant le cours de la fabrication les défauts de la surface d'un grand miroir se font presque toujours en plaçant l'axe optique horizontalement. Cette disposition est évidemment la plus commode, d'autre part, on a vu au début de ce chapitre que la composante de la pesanteur perpendiculaire à l'axe optique n'a qu'un effet insensible sur les miroirs dont le diamètre n'est pas exceptionnel-

---

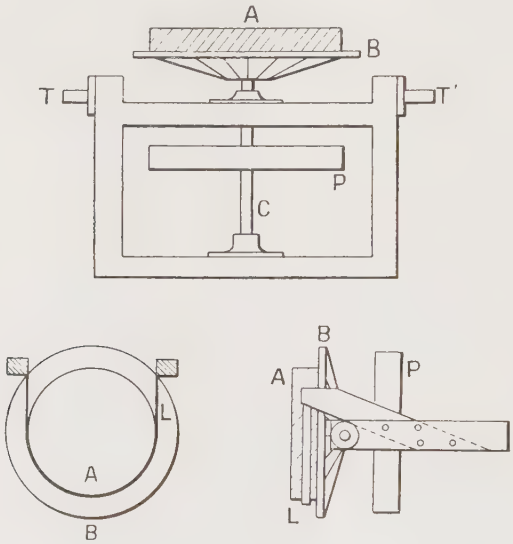
([1]) La flanelle de laine est de l'espèce employée pour faire les couvertures. J'ai trouvé avantageux de séparer par une feuille de papier fort les différentes couches de tissus; les fibres ne s'enchevêtrent pas et l'élasticité est plus grande.

([2]) *Voir* notamment Ritchey (22).

lement grand tandis que les flexions qui résultent de la composante parallèle à l'axe sont déjà très importantes pour un miroir de dimensions modestes.

Common (7) et après lui Ritchey (22) ont employé pour l'essai de leurs miroirs le dispositif suivant. L'organe des machines à polir qui supporte le disque de verre A (*fig.* 17) est une table de

Fig. 17.



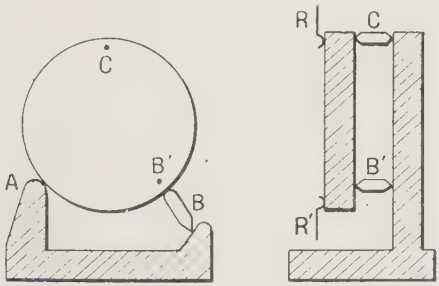
fonte B horizontale, de contour circulaire, animée d'un mouvement lent de rotation autour d'un axe vertical C, par l'effet d'une courroie agissant sur une grande poulie P. Ces auteurs ont adopté un dispositif tel que les paliers de l'axe vertical sont soutenus, non pas directement par un bâti lié au sol, mais par une sorte de berceau capable de pivoter sur deux tourillons TT′ qui définissent un axe horizontal. Au moyen d'un secteur denté, ou mieux d'un câble et d'un treuil, on peut amener le plan de la table à être vertical. Le glissement du miroir est empêché par une large lame d'acier L qui embrasse la moitié inférieure de son contour et s'attache sur deux supports prévus à cet effet. C'est là un dispositif assez dispendieux à établir, d'un maniement long et compliqué et qui, en outre, se montre tout à fait défectueux. En

l'essayant lors de la taille d'un miroir de 75^{cm} (n° 5), j'ai trouvé que le miroir placé verticalement subissait toujours des contraintes mal définies qui se traduisent par un astigmatisme important et variable. Peut-être est-ce pour cette raison qu'en publiant les aberrations résiduelles des grandes surfaces qu'ils ont exécutées, les auteurs précités n'ont pas cru pouvoir produire de mesures d'astigmatisme ([1]).

Ce fait constaté, j'ai définitivement renoncé à me servir du mouvement de bascule dont est pourvu la machine, construite par Ritchey dont j'ai disposé. Il est tout aussi simple de soulever le miroir au moyen de la grue dont la machine est par ailleurs nécessairement munie pour le maniement des outils à polir, et de le déposer sur un support plus convenable placé à proximité.

Le premier support que j'ai essayé était conçu de manière à respecter rigoureusement les conditions auxquelles un solide peut être supporté de façon fixe sans aucune contrainte (*fig.* 18). Le

Fig. 18.



disque repose par sa tranche sur un point fixe A (pièce de bois dur arrondie). Cet appui, par l'effet du frottement ôte au disque trois degrés de liberté. Le point symétrique de A par rapport au plan diamétral vertical est soutenu par une sorte de béquille B qui, pivotant librement sur ses pointes n'ôte qu'une quatrième liberté. A et B sont situés au milieu de l'épaisseur du disque. Il ne reste qu'à supprimer deux autres libertés par le moyen de béquilles analogues B′ et C qui touchent le dos de l'extrémité

([1]) On fera la même remarque à propos du miroir de $1^{m},80$ de l'Observatoire de Victoria. Voir le rapport de Plaskett.

supérieure du diamètre vertical. Des ressorts R R′ pressent le miroir contre C et B′ en agissant exactement sur leur prolongement. Il va sans dire qu'un tel dispositif est incommode et exige des organes auxiliaires destinés à assurer la sécurité du miroir. Tel quel, il ne m'a servi qu'à des expériences. En premier lieu, j'avais placé les supports A et B très rapprochés l'un de l'autre au bas du miroir. Dans ces conditions, dès qu'on incline l'axe optique on voit apparaître de l'astigmatisme : lorsqu'on bascule le support en arrière, la courbure du méridien vertical du miroir (concave) devient plus forte que celle du méridien horizontal. Il est aisé de mesurer l'astigmatisme du faisceau réfléchi par la méthode de la lame de couteau. D'autre part, un fil à plomb placé devant deux réglettes divisées en millimètres indique aisément l'angle α du dos plan du miroir avec la verticale. On trouve que l'astigmatisme est bien proportionnel à $\sin\alpha$ et il est impossible, aux erreurs de mesure près, de mettre en évidence une différence dans la grandeur de la flexion, lorsque l'inclinaison va en croissant ou au contraire en décroissant. Cet essai répété avec soin m'a convaincu, comme je l'ai dit au paragraphe 3, que les phénomènes d'hystérèse aisément observables avec un support incorrect, et notamment sur la table basculante de la machine, sont uniquement dus à des frottements parasites qui s'exercent dans les coussins d'appui et autres pièces déformables imparfaitement élastiques et non pas au verre lui-même.

Expérimentant sur un miroir sphérique (n° 5) de diamètre $2R = 75^{cm}$, d'épaisseur moyenne $e = 3^{cm},25$, de rayon de courbure $r = 12^{m},50$, j'ai observé des longueurs d'astigmatisme l données par la formule empirique suivante :

$$l = 12,5 \sin\alpha \quad (\text{cm}) ;$$

dans mes mesures, $\sin\alpha$ variait de 0 à 0,05. Pour cette valeur l'astigmatisme était encore sensiblement pur, et je n'ai pas observé de déformation irrégulière au voisinage des appuis.

De l'astigmatisme observé on déduit immédiatement la différence ε des flèches de courbure des méridiens principaux du miroir fléchi

$$\varepsilon = \frac{r^2 l}{4R^2} = 0,0028 \sin\alpha \quad (\text{cm}).$$

Si l'on suppose que l'axe de ce miroir soit dirigé vers le zénith et que sa face postérieure repose sur deux appuis placés aux extrémités d'un diamètre du disque, on observerait un astigmatisme environ 600 fois supérieur à la limite tolérable. Or le Tableau VII montre que sa flexibilité mesurée par le rapport

$$R^4 : e^2 = 187.10^3$$

est voisine de celle des grands miroirs de télescopes actuellement en service. Nous décrirons plus loin le procédé qu'il convient d'employer pour combattre les flexions et qui consiste en principe à faire agir en un grand nombre de points du dos du miroir, une force proportionnelle à la composante axiale de la pesanteur; il convenait de faire remarquer dès maintenant avec quelle précision relative le réglage de ces dispositifs doit être réalisé : une prédominance des efforts supportés par deux quadrants opposés du contour du miroir produirait un effet nuisible pour un excès de quelques millièmes seulement de la force mise en jeu.

On passera de la flexion astigmatique mesurée sur le miroir n° 5 à celle de tout autre disque de verre en suivant la règle définie au paragraphe 8. Pour $\alpha = 90°$, on aura en général

$$\varepsilon = 1,5 \times 10^{-8} \frac{R^4}{e^2}.$$

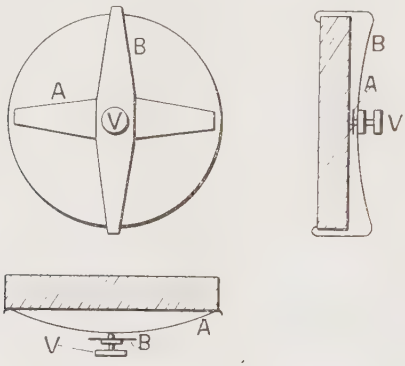
La régularité de l'astigmatisme engendré par la flexion m'a fait penser qu'il serait certainement possible de corriger par le moyen d'un système de forces convenablement appliqué, un défaut de ce genre que pourrait présenter une surface optique. J'ai fait l'expérience sur le miroir n° 5 de la façon suivante. Une lame d'acier A (*fig.* 19) formant ressort s'appuie sur le dos du miroir aux extrémités du diamètre dont il faut augmenter la concavité. Elle est pressée par une vis V qui passe dans un écrou fixé dans une autre lame d'acier B dont les extrémités s'accrochent au bord du disque, à 90° des points d'appuis de A. Si les lames sont assez flexibles pour que l'effort qui compense le défaut propre du miroir soit obtenu par une déformation des ressorts assez grande, de l'ordre du centimètre, le réglage est extrêmement facile et stable.

Quelque respect que doivent inspirer les travaux de deux grands opticiens, les observations que j'ai pu faire m'amènent à contester

une opinion émise par Draper, dans son ouvrage sur les miroirs de télescopes en verre argenté (13) et que Ritchey a déclaré partager (24).

Draper (*op. cit.* p. 8 et 9 de la traduction française de la Société française d'Encouragement pour l'Industrie nationale. *Voir* aussi Ritchey, p. 85) dit avoir observé sur des miroirs placés verticalement un astigmatisme variable avec l'angle que

Fig. 19.



faisait un certain diamètre de miroir avec la verticale. Il attribue ce fait à une certaine anisotropie des propriétés mécaniques des dalles de verre dans lesquelles il découpait ses disques : c'étaient des glaces étendues au rouleau. Il ajoute : « heureusement, dans chacun des disques essayés, il y eut un diamètre sur les extrémités duquel il put se poser sans inconvénients ».

Il semble que si le verre à glaces possédait réellement une direction privilégiée au point de vue de l'élasticité, il s'ensuivrait des propriétés optiques qui ne passeraient point inaperçues (1). Voici quelle me paraît être l'explication de l'observation de Draper. Tout d'abord, les miroirs qu'on peut découper dans une dalle de glace (2) sont toujours minces, donc flexibles et si l'on ne prend pas la précaution que j'ai indiquée au paragraphe 9, on les trouve toujours plus ou moins astigmates. Si même le dos du

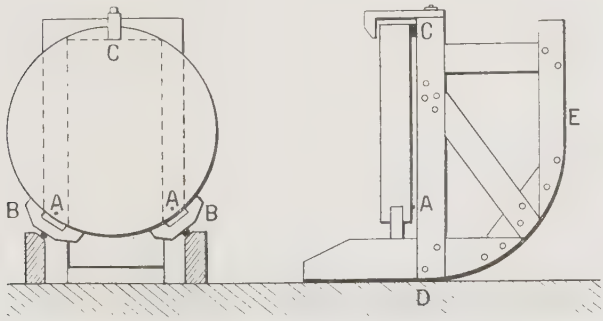
(1) On connaît la grande biréfringence des feuilles de cellophane laminée.
(2) C'est le cas du miroir sphérique n° 5.

miroir est mal dressé, on pourra retrouver, en recommençant plusieurs fois le travail de la surface, qu'un même diamètre du disque est toujours celui qui a la plus forte courbure. Considérons maintenant le dipositif d'essai. Le support impose au miroir une certaine déformation astigmatique, d'autre part, la figure 8 de l'ouvrage cité montre que la source de lumière employée par Draper pour l'essai de la surface était assez éloignée de l'axe optique dans le plan horizontal, autre cause d'astigmatisme. En résumé, on observera le résultat de la superposition du défaut lié au miroir et d'un astigmatisme propre aux conditions d'observation. Lorsqu'on fait tourner le miroir sur lui-même, on trouve une position pour laquelle les aberrations s'ajoutent arithmétiquement et une autre, à angle droit de la précédente, pour laquelle elles se retranchent; dans ce cas, le peu qui reste alors peut passer inaperçu : on a trouvé le « bon » diamètre du disque.

La conclusion à tirer de cela, c'est que pour déterminer l'astigmatisme propre à un miroir, il est nécessaire d'employer un support qui produise des flexions bien définies et constantes, ce qui permet d'éliminer par des observations croisées l'astigmatisme inhérent au dispositif expérimental.

Revenons à l'étude du support d'essai. Le modèle de support de la figure 18, correct mais incommode, n'est heureusement pas

Fig. 20.



indispensable pour les essais ordinaires. Le dispositif dont je fais couramment usage est le suivant (*fig.* 20). Le bord du disque s'appuie sur deux larges pièces de bois B en forme de sabots de

frein qui sont supportées librement chacune par une rotule constituée par une petite bille d'acier prise entre deux fraisures faites dans les armatures métalliques des pièces à réunir. On s'arrange de telle sorte que ces deux points d'appui soient situés dans le plan perpendiculaire à l'axe de figure qui contient le centre de gravité du miroir, puis on rend ce plan très exactement vertical. Le bord du verre touche alors sans le presser un appui rigide C. On n'observe pas dans ces conditions de déformations sensibles. L'appareil est construit en robustes pièces de charpente. Il peut basculer pour présenter le miroir horizontalement à la grue qui doit le saisir; ce mouvement est obtenu par roulement sur les arcs de cercle DE qui définissent un cylindre sur l'axe duquel est le centre de gravité de l'ensemble. Pendant cette manœuvre, on introduit en A des cales de bois qui évitent tout déplacement intempestif du miroir.

11. Les observations astronomiques délicates se font toujours à une grande hauteur au-dessus de l'horizon. Comme c'est la composante de la pesanteur parallèle à l'axe d'un miroir qui produit les déformations les plus grandes, les conditions normales d'utilisation sont précisément celles où les flexions peuvent être les plus importantes.

Dès qu'on a eu taillé des miroirs de télescope d'une vingtaine de centimètres de diamètre, on s'est aperçu que les barillets qui servent à l'ordinaire de monture aux lentilles constituent pour les miroirs un très mauvais support, à cause des contraintes qu'ils exercent. On a reconnu immédiatement la nécessité de laisser un jeu notable entre le contour du disque et le barillet, et de faire reposer la face postérieure du miroir sur un coussin élastique qui

Fig. 21.

exerce une pression à peu près uniforme sur toute sa surface. Le rebord avant du barillet ne doit pas toucher le verre et sa paroi latérale doit avoir une forme telle que le miroir s'y appuie en un

point situé à peu près au milieu de son épaisseur, comme le montre la figure 21. L'expérience m'a montré que ce dispositif était pratiquement suffisant lorsque le rapport $R^4 : e^2$, qui définit, comme nous l'avons vu au paragraphe 8, la flexibilité du disque n'excède pas 2500 (1). Pour des valeurs notablement plus grandes de $R^4 : e^2$, on voit apparaître de l'astigmatisme dû à ce que le frottement sur l'appui latéral empêche le miroir de suivre librement l'affaissement du coussin de flanelle dans le sens parallèle à l'axe. Il serait bien facile d'imaginer des artifices qui permettent d'éviter cet effet, mais il ne paraît pas opportun d'en compliquer un dispositif qui vaut surtout par sa simplicité.

Lorsqu'il s'agit d'un miroir un peu grand, soit à partir de 40^{cm} de diamètre, on ne peut d'ailleurs plus compter sur l'élasticité d'un coussin de tissus pour exercer un effort assez uniformément réparti sur la face postérieure du disque. Foucault, et après lui Draper, ont employé pour soutenir leurs miroirs un large sac de caoutchouc gonflé d'air. Au moyen d'un tube terminé par un robinet placé au voisinage de l'oculaire et dans lequel on souffle avec la bouche, on règle la pression tout en observant l'image; il s'agit d'obtenir que le miroir, sans cesser de toucher trois appuis rigides qui définissent sa position, n'exerce plus sur eux parallèlement à l'axe qu'un effort très petit.

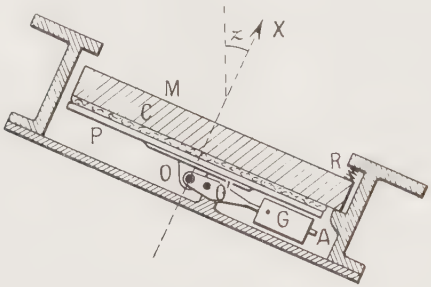
Il n'est pas douteux que le coussin d'air de Foucault est parfaitement efficace, mais il exige un réglage fréquent, en raison de la hauteur changeante de l'astre au-dessus de l'horizon. En outre, il n'a pas paru procurer la stabilité parfaite de la position du miroir qui est indispensable aux travaux photographiques. Bref ce procédé a été abandonné.

Il semble pourtant qu'on pourrait supprimer sûrement l'instabilité de l'axe optique et rendre la pression automatiquement proportionnelle au cosinus de la distance zénithale par la disposition suivante (*fig.* 22). La position du miroir est définie par trois appuis A qui soutiennent trois points équidistants de son bord. Le miroir est pressé contre eux par trois ressorts R placés de telle sorte que les points de contact de A et de R soient sur une même parallèle à l'axe optique. Ces deux forces directement opposées

(1) L'unité de longueur étant le centimètre.

produisent un écrasement local du verre tout à fait négligeable, mais nulle déformation d'ensemble. Une plaque P soutient un coussin élastique C qui exerce sur le dos du miroir une pression uniforme. La plaque P est portée par un levier, tournant autour des axes O et O′ et chargée d'un contrepoids réglable. Soit G le centre de gravité du levier à contrepoids. Si les axes O et O′ sont

Fig. 22.



parallèles et contenus dans un même plan perpendiculaire à l'axe optique et si le point G est contenu dans ce plan, le dispositif exerce une force proportionnelle au cosinus de la distance zénithale, qu'on peut rendre exactement égale à la composante nuisible du poids du miroir par un réglage convenable du contrepoids. Ainsi toute flexion est évitée et la position du miroir reste parfaitement définie grâce à la pression des ressorts qui le maintiennent appliqué contre les appuis fixes. En fait, l'épaisseur du coussin variant avec la pression qu'il transmet, l'angle XO′O ne reste pas exactement droit, mais la compensation reste suffisamment approchée.

Malheureusement cette solution simple et théoriquement complète ne semble pas la meilleure en pratique. Voici pourquoi : Le coussin C et la plaque P empêchent la libre circulation de l'air au voisinage du dos du miroir; il est fâcheux de ralentir par cet isolement calorifique indésirable les échanges de chaleur entre le miroir et le milieu ambiant, et de rendre très inégale l'activité de ces échanges sur les deux faces du miroir. D'autre part, l'on considère que le véritable aspect du problème est non pas de corriger *a priori* les flexions du miroir, mais d'obtenir, par un réglage empirique, que l'image donnée par le télescope soit la

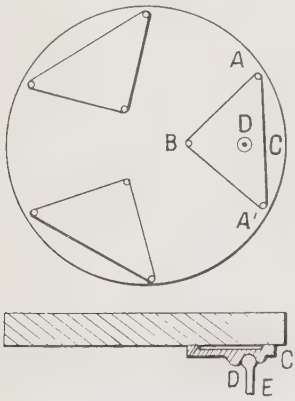
meilleure possible, on est conduit à préférer d'autres dispositifs plus compliqués sans doute, mais qui offrent l'avantage de mettre plusieurs variables à la disposition de l'observateur.

Les supports de miroir actuellement employés exercent sur le disque non une pression uniforme, mais un système de forces en nombre restreint, appliquées en un certain nombre de points convenablement choisis de sa face postérieure. Ces forces sont parallèles à l'axe optique, et automatiquement proportionnées au cosinus de la distance zénithale de l'astre visé.

On peut obtenir ce résultat au moyen de l'un des deux dispositifs que nous allons décrire successivement et qui ont l'un et l'autre reçu la sanction de la pratique.

Le plus ancien est celui qui a été employé par L. Rosse, Lassel, Grubb. Il a reçu une application récente au télescope de 72 pouces de l'Observatoire de Victoria, monté par Warner et Sweasy. La figure 23 le représente schématiquement. Le miroir repose sur neuf points d'appui désignés par A et B. Ce sont des touches de contact placées aux sommets d'une pièce triangulaire en métal C

Fig. 23.



qui peut elle-même pivoter librement par une articulation à rotule D placée au centre de gravité de la figure formée par les trois points AA'B, sur une pièce E solidaire du tube du télescope. Le tout est répété trois fois. Ainsi le miroir est soutenu en neuf points par des forces égales. On verra, sans qu'il soit néces-

saire d'insister, que ce dispositif, supposé efficace, quand l'axe du miroir est dirigé vers le zénith, l'est encore pour toute valeur de la distance zénithale, aux conditions suivantes : le centre de gravité réel des pièces C (et non pas seulement celui de la figure AA'B) doit coïncider avec la rotule D; d'autre part, les forces parallèles à la surface du miroir qui peuvent exister en raison du frottement ne modifieront pas sensiblement les forces parallèles à l'axe appliquées par chaque touche si la rotule D est située très près du dos du miroir.

La grande flexibilité des anciens miroirs de bronze a obligé leurs constructeurs à leur donner des supports beaucoup plus compliqués. Nous avons vu au paragraphe 8 que, toutes choses égales d'ailleurs, les flèches de flexion sont proportionnelles au rapport $\delta : E$ de la densité au module d'Young de la matière employée. Or ce rapport est 3,2 fois plus grand pour le bronze que pour le verre. D'autre part, la grande densité du bronze obligeait à faire les miroirs minces sous peine d'un poids prohibitif. J'ai ajouté, au bas du Tableau VII, les données relatives à deux grands miroirs célèbres construits en bronze.

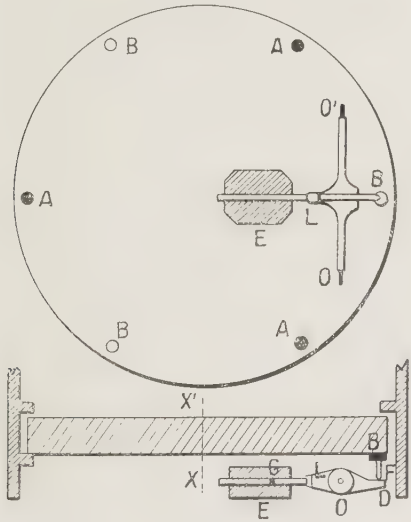
On conçoit qu'il soit possible de superposer plusieurs étages de triangles répartiteurs, le centre des triangles qui forment l'une des couches reposant sur les angles des triangles de la couche immédiatement inférieure. Lassel faisait reposer son disque sur un système à deux étages qui lui donnaient 18 points d'appui, dont 12 rangés en cercle au voisinage du bord. Pour soutenir son grand miroir, Lord Rosse est allé jusqu'à employer trois étages de triangles sur lesquels le disque reposait par 81 touches (dont 24 au bord).

Il est évident que de tels échafaudages de leviers sont sujets à des flexions et à des vibrations importantes, et ne peuvent pas remplir les conditions de stabilité exigées des instruments modernes par l'emploi de la photographie. C'est seulement lorsqu'il se réduit à sa plus grande simplicité (*fig.* 23), que le dispositif que nous étudions peut être considéré comme utilisable. On verra par des considérations qui sont développées plus loin (§ 17) que cela limite son emploi aux miroirs de verre pour lesquels le rapport $R^4 : e^2$ n'excède pas $13,2 \times 10^3$.

L'autre dispositif qui nous reste à décrire est susceptible

d'applications plus étendues et il présente des ressources que son auteur même, G. W. Ritchey n'a pas toutes aperçues. Il est représenté schématiquement par la figure 24 sous la forme où je l'emploie. Le miroir repose par trois points de son bord sur trois pièces A, très rigides, solidaires du tube du télescope : ainsi sa position est définie avec toute la précision désirable. Au-dessous du dos du miroir et parallèlement à lui sont disposés un certain nombre de leviers rectilignes tels que L, mobiles autour d'un axe OO′ qui tourne dans des paliers liés au tube du télescope. Sous l'effet du contrepoids réglable E, chaque levier exerce, par l'intermédiaire d'une biellette F, une force parallèle à l'axe optique sur un plot B qui touche le dos du miroir. Si le centre de

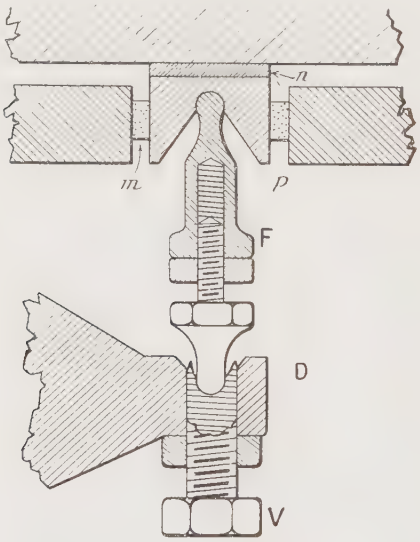
Fig. 24.



gravité G de chaque levier, l'axe OO′ et l'articulation D sont situés dans un même plan parallèle au dos du miroir, chacun de ses leviers constitue un système astatique, c'est-à-dire que la force appliquée au plot B est indépendante des petits déplacements parallèles à l'axe optique XX′ qui peuvent se produire. A la même condition, l'effort est proportionnel, comme la composante nuisible du poids du miroir, au cosinus de la distance zénithale de l'objet visé. On conçoit qu'une répartition convenable des points d'appui

A et B et un réglage adéquat de la position des contrepoids E sur leurs tiges permettent d'annuler pratiquement les effets de la pesanteur dans toutes les positions que peut occuper le miroir. Pour éviter les effets nuisibles du frottement, j'ai toujours pris la précaution de faire les axes OO′ relativement longs et de les munir de roulements à billes, à ces conditions la force exercée peut être définie à moins d'un millième de sa valeur. Les biellettes F que j'interpose entre les leviers et les plots doivent avoir une longueur réglable, elles sont faites de deux parties assemblées par un pas de vis (*fig.* 25). Leurs extrémités sont des rotules sphériques de

Fig. 25.



petit rayon ajustées par rodage dans les cavités des leviers et des plots. En agissant sur la vis V qui porte la rotule inférieure et en modifiant la longueur de la biellette, on met d'abord en ligne droite les points GOD, puis on rend cette droite parallèle au dos du miroir. Les plots sont guidés par un logement pratiqué dans le fond de la monture du miroir. Ce guidage est obtenu de façon suffisamment précise et pratiquement sans frottement grâce à l'interposition d'un morceau de tube de caoutchouc *m* entre le plot et la cavité où il se meut : pendant l'usage les déplacements

relatifs du verre, qui ne fléchit pas, et de la monture qui fléchit, sont seulement de quelques microns de telle sorte que la réaction élastique du caoutchouc est tout à fait négligeable. J'ai trouvé inutile et même nuisible de donner aux plots une grande surface, comme tous les opticiens ont cru devoir le faire, sans doute dans l'intention de réduire la flèche du miroir entre deux appuis voisins. C'est, à mon avis, une faute, car la position des points de contact réel du disque et de ses supports est, dans de telles conditions, mal déterminée et sujette à changer. En conséquence, le réglage est moins facile et moins stable que si l'on cherche au contraire à se rapprocher du cas où le contact aurait lieu en un point unique. En fait, il convient d'employer un plot de quelques centimètres de diamètre seulement. Une couche de plomb n, de 2^{mm} d'épaisseur, supprime le danger de fissurer le verre par une force concentrée sur une trop petite surface. Cette précaution est naturellement applicable à tous les points où le verre est en contact avec une pièce de métal. La lame de plomb protectrice doit être soudée ou fixée par des vis sur la pièce qu'elle isole du miroir.

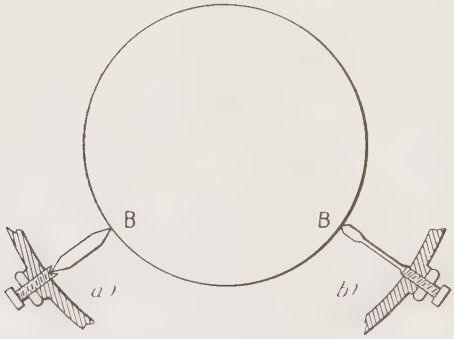
On voit par cette description que les appareils destinés à éviter les flexions d'un grand miroir ne présentent pas de difficultés d'exécution; il reste à étudier la disposition qu'il convient de leur donner dans chaque cas, ce sera l'objet du paragraphe 17.

12. Auparavant, nous allons achever l'examen des organes de fixation du miroir en considérant ceux qui s'opposent à ses déplacements dans le sens perpendiculaire à l'axe optique. En raison, sans doute, de ce que les effets de la composante de la pesanteur perpendiculaire à l'axe optique n'engendrent que des déformations relativement petites devant celles que produit la composante parallèle, il s'en faut de beaucoup que les dispositifs de calage latéral d'un miroir aient reçu autant de soins que les supports de leur face postérieure. Il n'est pas rare d'observer un astigmatisme bien marqué sur des photographies prises au foyer d'un grand miroir d'ouverture relative F : 5 ou F : 6, alors que ce moyen de contrôle est beaucoup moins sévère (en raison du faible pouvoir résolvant de nos plaques) que l'examen direct de l'image fait avec un oculaire fort : les observations rapportées au paragraphe 11

m'ont fait penser que c'est le plus souvent à un appui latéral incorrect ou réalisé de façon défectueuse, qu'il faut attribuer ce défaut. Je rappellerai les conditions auxquelles un support est correct, puis j'indiquerai une disposition pratique qui les satisfait de façon suffisante du moins pour les miroirs qu'il m'a été donné d'étudier, c'est-à-dire jusqu'à $1^{m},20$ de diamètre.

Les trois appuis fixes (A, *fig*, 24) qui soutiennent le dos d'un miroir définissent l'orientation de l'axe optique, auquel le plan du dos est perpendiculaire. Comme le miroir est de révolution, il n'a aucune tendance à tourner autour de cet axe. Il suffit donc d'assurer la position de celui-ci au moyen de deux points de contact supplémentaires sur la tranche du disque. Ces nouveaux appuis, par suite de l'existence du frottement, peuvent exercer une force parallèle à l'axe optique. On peut ou bien rendre cette force extrêmement petite en prenant pour cale latérale une biellette

Fig. 26.



articulée (*fig*. 26 *a*) ou flexible (*b*) [1] ou bien faire en sorte que la force développée par le frottement ne soit pas nuisible. Il suffit évidemment pour cela de placer les appuis latéraux B au voisinage immédiat des appuis postérieurs A. Ainsi la force engendrée par le frottement de l'un sera transmise à l'autre par la compression d'un petit élément du volume du disque, sans entraîner une

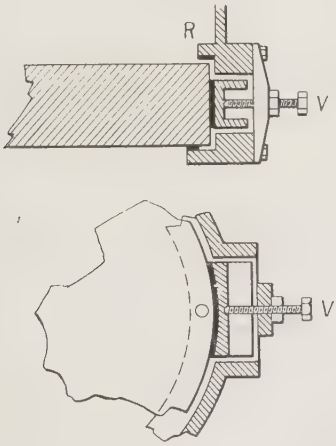
[1] C'est cette solution réunie à la condition suivante, que j'ai employée dans la construction d'un appareil destiné à la vérification des lois de la réflexion spéculaire avec une précision de quelques millièmes de seconde d'arc.

déformation d'ensemble de celui-ci. Il va de soi qu'il est bon de placer le centre de B qui est une touche de petite surface garnie de plomb au voisinage du milieu de l'épaisseur du verre

Fig. 27.

(*fig.* 27) pour éviter la formation d'un couple fléchissant d'axe perpendiculaire à l'axe optique. Comme le télescope doit pouvoir occuper des positions très variées, il doit exister une butée B en face chaque appui A. S'il s'agit d'un petit instrument (20 à 50^{cm} d'ouverture), il convient de laisser quelques centièmes de millimètre de jeu à l'une d'elles, qui est réglable (c'est l'extrémité, garnie d'un peu de plomb, d'une vis de faible pas). Le miroir n'éprouve ainsi aucune contrainte, mais il est susceptible de se

Fig. 28.



déplacer très légèrement au passage du télescope par certaines positions, ce qui serait fâcheux au cours d'une pose photographique : on peut prévoir le moment où doit avoir lieu ce déplacement et le provoquer par un léger choc, l'obturateur ayant

été fermé au préalable. Lorsque le diamètre du miroir dépasse 40^{cm}, une simple touche formée par l'extrémité d'une vis ne m'a pas paru suffisante : je l'ai remplacée (*fig.* 28) par une pièce d'acier creusée à la courbure de la tranche du miroir et garnie d'une couche de plomb. La surface de cette pièce a pour largeur la moitié de l'épaisseur du verre et pour longueur environ le double de sa largeur. Elle s'articule librement sur une vis de réglage V par un ajustage sphérique. Des trois vis de réglage, deux sont bloquées par un contre-écrou dans une position qui correspond au centrage du système optique. La troisième peut être tournée à la main lorsqu'on oriente le télescope de façon qu'elle se trouve la plus élevée des trois au-dessus du sol : on s'assure ainsi que, par suite de l'inégalité des coefficients de dilatation du verre et du support, le verre ne se trouve pas fortement comprimé dans l'état actuel de la température. J'ai pu vérifier, dans une salle où l'homogénéité de l'air permet des observations délicates, que la surface d'un miroir de $1^{m},20$ ne reçoit aucune déformation sensible d'un support de cette nature.

Le barillet du miroir porte un rebord R destiné à prévenir un grand déplacement du disque dans le cas où le télescope serait braqué au-dessous de l'horizon. Il va de soi que cet appendice ne doit pas normalement toucher le verre. Si l'on prend la précaution de le garnir de plomb (du cuir, du caoutchouc se dégagent des gaz qui altèrent l'argenture), on n'aura pas à craindre l'effet d'un choc du verre contre lui.

13. Il est particulièrement intéressant d'étudier de façon détaillée les flexions d'un disque de verre placé sur le plus simple des supports qui puissent définir parfaitement sa position sans lui imposer aucune contrainte. De ce qui a été dit précédemment il résulte que ce support sera constitué :

1° De trois appuis postérieurs A placés près du bord et situés par raison de symétrie aux sommets d'un triangle équilatéral;

2° De trois appuis latéraux B dont deux seulement touchent à la fois le verre, placés au milieu de l'épaisseur du disque dans les mêmes azimuts que A. Nous allons examiner les flexions bien définies que prend un disque soutenu horizontalement dans ces conditions. A défaut d'un calcul qui serait extrêmement laborieux,

l'observation fournira aisément tous les renseignements utiles au point de vue des applications pratiques.

En premier lieu, j'ai utilisé un miroir sphérique concave (n° 23) de 23^{cm} de diamètre et de $3^{cm},25$ d'épaisseur ($R^4 : e^2 = 16,50$) que j'ai placé dans un support du type précipité [1] à l'extrémité d'une monture en charpente d'une longueur égale au rayon de courbure ($2^m,77$). Au voisinage du centre de courbure était placée une bille d'acier poli où se reflétait l'image réduite d'une des boules incandescentes d'un arc à électrodes de tungstène. Un oculaire de $4^{mm},5$ de foyer servait à observer l'image finale, placée à 25^{mm} de l'axe de figure du miroir. En raison de cet excentrement, il existait un léger astigmatisme qu'il était facile de faire disparaître par compensation en choisissant convenablement l'angle d'incidence du rayon principal du pinceau utilisé sur la surface de la bille. L'axe optique étant à peu près horizontal, on pouvait observer une figure de diffraction indiscernable de son aspect théorique pour un faisceau homocentrique [2].

Cette constatation faite, j'ai incliné progressivement tout l'appareil, le miroir étant toujours à la partie inférieure et j'ai noté pour diverses valeurs de l'angle z de l'axe optique avec la verticale, l'aspect de la surface, étudiée par le procédé de la lame de couteau et celui de l'image vue dans l'oculaire. Il convient de remarquer que les déformations qui se déduisent de ces examens représentent non pas le changement réel de la forme du solide qui résulte de la flexion, mais les écarts de la surface du miroir fléchi comparée à une certaine sphère de référence dont le rayon n'est pas exactement connu, mais qui, de toutes les sphères tangentes au sommet du miroir, est celle dont la surface s'éloigne le moins : ce sont précisément ces écarts qui agissent sur la qualité des images. L'examen à la lame de couteau montre qu'une fraction importante de l'aire du miroir, comprise dans le triangle équilatéral qui a pour sommets les points d'appui reste sensiblement une sphère.

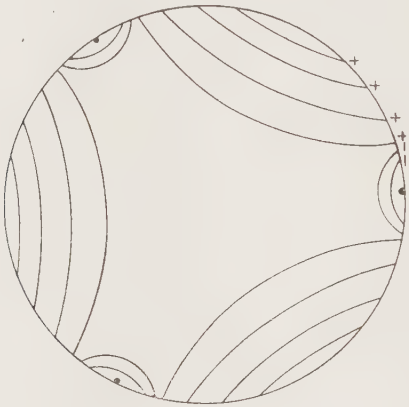
---

[1] Celui qui est représenté figure 18 les supports inférieurs étant à 120° l'un de l'autre.

[2] Il est assez difficile de trouver sur une bille de roulement une région assez exempte de défauts pour que l'éclairement du miroir soit uniforme, ce qu'on éprouve en ôtant l'oculaire et en recevant l'image sur la pupille. Il convient de prendre une bille neuve, de la coller sur un bâtonnet et repolir à la poix un hémisphère.

Par rapport à cette sphère de référence particulière, le bord se relève légèrement (cotes négatives) à l'aplomb des appuis et se déprime (cotes positives) progressivement et profondément entre

Fig. 29.

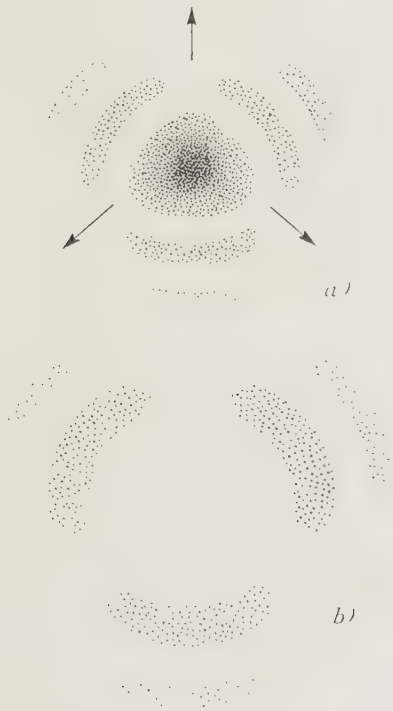


les supports. La figure 29 donne par un tracé de courbes de niveau une idée de la forme du solide différentiel observé.

Lorsque l'effet de la pesanteur parallèlement à l'axe optique se fait sentir au maximum, pour $z = 0$, l'image stellaire révèle que les flexions ont notablement dépassé, dans le cas du miroir étudié, la limite tolérable. La tache centrale de la figure de diffraction n'est plus parfaitement ronde, mais présente trois légères excroissances. Les anneaux qui l'entourent sont interrompus. Chacun d'eux se réduit à trois arcs brillants séparés par des intervalles obscurs. Les excroissances de la tache centrale et les coupures des anneaux sont situées dans les azimuts où se trouvent les points d'appui du miroir (*fig.* 30 *a*). Si l'on enfonce l'oculaire un peu en deçà du foyer, ou si on le tire un peu au delà, au lieu de voir un petit anneau brillant à centre noir, on observe un groupe de trois taches lumineuses situées dans l'un et l'autre cas dans les azimuts bissecteurs des azimuts des points d'appui (*fig.* 30 *b*). Ainsi, avec un miroir dont la flexibilité est caractérisée par le rapport $R^4 : e^2 = 1650$, on observe au zénith des images dont l'altération ne pourrait passer inaperçue qu'à la faveur d'une homogénéité atmosphérique médiocre.

Cherchons, en inclinant l'appareil d'un angle z, le facteur $\cos z$ par lequel il faut multiplier les défauts qui viennent d'être observés pour réduire leur importance à ce qui est juste perceptible dans les meilleures conditions. Pour $z = 55$ à 60° ($\cos z = 0{,}60$)

Fig. 30.



la tache centrale est sensiblement circulaire et l'anneau qui l'entoure présente seulement trois régions où l'éclat est un peu plus fort que dans les parties intermédiaires. On peut estimer que ces apparences ne sont pas de nature à nuire aux observations et que les flexions qui les produisent marquent la limite qui peut être tolérée. On les observerait au zénith avec un miroir dont l'indice de flexibilité serait $R^4 : e^2 = 1000$.

J'ai construit deux miroirs paraboliques de 186^{mm} d'ouverture utile dont l'un a $25^{mm},3$ d'épaisseur moyenne (n° 20; $R^4 : e^2 = 1170$) l'autre 32^{mm} (n° 15; $R^4 : e^2 = 730$). Le premier par une nuit très

calme m'a laissé apercevoir un léger effet de flexion, l'autre non.

Donc, si dans le Tableau VII, on sépare le facteur 10^3 dans l'expression des valeurs de $R^4 : e^2$, le nombre qui reste représente combien de fois la flexion vaut la flexion tolérable, lorsqu'on suppose le miroir supporté par trois points de son bord.

Par d'autres expériences faites sur un disque de verre extrêmement flexible, j'ai déterminé directement au moyen de mesures micrométriques, la flèche de flexion entre les points où l'expérience précédente indique qu'elle est la plus grande, c'est-à-dire entre les points d'appui et les points du bord qui en sont équidistants. Sur un outil à polir en fonte, extrêmement épais et rigide, plan, j'ai placé un disque de verre à glace de $55^{cm},77$ de diamètre et de $0^{cm},685$ d'épaisseur ($R^4 : e^2 = 1288 \times 10^3$), soutenu par trois billes d'acier. J'ai mesuré l'abaissement des régions du disque indiquées lorsqu'on plaçait sur celui-ci une charge uniformément répartie égale à une fraction connue de son poids. Cette charge était constituée par un pavage régulier de petits morceaux de verre à glace. Le poids du disque étant $4^{kg},170$. Sous une charge supplémentaire de $8^{kg},025$ j'ai observé une flexion de 79,3 microns en moyenne, et de 120,8 microns avec une charge uniforme de $12^{kg},105$. Il s'ensuit que la flexion du disque sous son seul poids est 41,2 microns d'après la première expérience et 41,7 microns d'après la seconde. J'adopte $41^{\mu},5$. La flèche optiquement nuisible d'un disque supporté en trois points équidistants pris sur son bord est donc, pour un disque de verre,

$$f = 3,22 \times 10^{-9} \frac{R^4}{e^2}$$

et plus généralement

$$f = 0,956 \frac{g\delta}{E} \frac{R^4}{e^2}.$$

Si l'on divise $41^{\mu},5$ par 1288, on trouve que l'examen optique qui précède conduit à admettre comme limite tolérable pour la flexion à symétrie ternaire $0^{\mu},0322$, ce qui fait une différence de 1:8,6 frange. Un défaut de 1:5 de frange donne déjà une figure nettement altérée. Ces quantités sont voisines de celles auxquelles je suis arrivé, en cherchant expérimentalement quelle est la limite de l'astigmatisme pur qui peut être décelé dans un faisceau (§ 2).

Toutefois, à différence de marche égale, le défaut à symétrie ternaire se fait sentir sur l'image un peu plus que ne fait l'astigmatisme.

14. Nous venons de voir que le type le plus simple de support qu'on puisse donner à un miroir pour que sa position soit définie de façon précise, et simultanément que toute contrainte soit évitée, laisse se produire des flexions qu'on ne peut plus négliger dès que le rapport $R^4 : e^2$ qui caractérise la flexibilité d'un disque de verre dépasse 1000. C'est là une limite étroite qui correspond par exemple à un miroir de 20^{cm} de diamètre et de $3^{cm},16$ d'épaisseur : dimensions bien modestes pour un instrument astronomique. Au delà il faut faire usage d'un dispositif qui compense l'action de la pesanteur dans la direction parallèle à l'axe optique, par l'un ou l'autre des deux procédés décrits au paragraphe **11**. On va donc augmenter le nombre des points d'appui : combien faut-il en employer? Quelle force doit exercer chacun d'eux relativement au poids total du disque?

Il semble que les divers auteurs qui ont eu à construire des supports de grands miroirs n'ont pas aperçu exactement la véritable nature du problème. Ils se sont contentés de découper par la pensée le volume du disque en un certain nombre de prismes équivalents par des plans parallèles à l'axe optique et d'appliquer des forces égales au centre de gravité de la base de chacun d'eux. C'est oublier que ces divers éléments de volume ne sont pas en réalité indépendants, mais rattachés les uns aux autres par des liaisons élastiques : on ferait une erreur de même nature si l'on confondait la théorie des ponts en poutre continue avec celle des ponts à travées séparées. Le miroir devant être supporté par un nombre de points d'appui supérieur à trois doit être considéré comme un système hyperstatique, c'est-à-dire dans lequel l'énoncé des déformations élastiques est nécessaire pour définir la charge de chacun des appuis. Corrélativement, la détermination des forces à appliquer en un certain groupe de points donné pour obtenir une certaine loi de déformation exige la connaissance des propriétés élastiques du solide. L'hypothèse qui consiste à supputer la charge des appuis en supposant la surface du miroir divisée en un certain nombre de parties indépendantes qu'on soutiendrait individuellemen tne donnerait un résultat à peu près exact que si les points

d'appui étaient très nombreux; dans les cas usuels, elle conduit à appliquer des efforts trop grands au voisinage du bord.

La marche que nous allons suivre est celle-ci. Nous grouperons les points d'appui suivant des circonférences concentriques au disque. Le long de chacune de ces circonférences, les points d'appui seront assez nombreux et assez rapprochés les uns des autres pour que leur ensemble puisse être pratiquement confondu avec un support circulaire continu exerçant une force uniformément répartie sur tout son contour. Les calculs rappelés au paragraphe 5 du chapitre précédent indiquent la forme de la méridienne lorsque le rayon du cercle d'appui $r = \rho R$ est connu. L'application du principe de superposition nous permettra de calculer aisément la forme de la méridienne lorsque le miroir repose non plus sur un mais sur plusieurs appuis circulaires de rayons $r_1 = \rho_1 R$; $r_2 = \rho_2 R$; $r_3 = \rho_3 R$, ... dont chacun supporte une fraction du poids total $m_1, m_2, m_3, \ldots$. Le premier problème sera de déterminer le nombre des couronnes de supports qu'il convient d'employer pour un miroir donné et l'effort que doit exercer chacune d'elles pour que la méridienne ait la forme exigée, ce qu'un calcul simple indique immédiatement.

En second lieu, nous chercherons quel est le nombre minimum de supports qu'il faut grouper le long de chaque circonférence d'appui pour que l'effet obtenu soit indiscernable de celui qu'on observerait sur un support continu.

Ainsi seront complètement déterminés la disposition des points d'appui et l'effort que chacun d'eux doit exercer.

15. A. Considérons d'abord le cas où le miroir est supporté par un seul cercle d'appui. Comme les supports fixes qui définissent la position du miroir doivent être placés au voisinage immédiat du bord (j'en ai indiqué les raisons au paragraphe 12), les supports astatiques devront l'être aussi et le rayon ρ de la couronne d'appui sera égal à l'unité, à très peu près.

Les exemples numériques du paragraphe 6 ayant été choisis dans cette hypothèse, la discussion peut être abrégée. Les formules du paragraphe 5 indiquent que l'équation de la méridienne du miroir fléchi est ici.

$$y = 0{,}704\, g \frac{\delta}{E} \frac{R^4}{e^2} (1{,}050 - 1{,}301\, \xi^2 + 0{,}251\, \xi^4)$$

la flèche de courbure a pour valeur, dans le cas d'un disque de verre ($g\delta : E = 3,37 \times 10^{-9}$)

$$y_0 = 2,49 \times 10^{-9} \frac{R^4}{e^2} \text{ centimètres.}$$

S'il s'agit d'un miroir plan qui doit réfléchir obliquement les rayons lumineux, la flèche de courbure tolérable est seulement 7×10^{-6} cm (§ 2). Il en résulte qu'on ne peut se contenter de soutenir un miroir plan uniquement par le bord que si l'on a

$$R^4 : e^2 \leqq 2,8 \times 10^3.$$

S'il s'agit d'un miroir de télescope, pour lequel le seul effet de la flexion à considérer est l'aberration de sphéricité qu'elle introduit, la limite est beaucoup plus large. La plus grande ordonnée ε du solide différentiel est pour le verre

$$\varepsilon = 0,149 \times 10^{-9} \frac{R^4}{e^2}.$$

La tolérance admise, soit 7×10^{-6} cm, indique que le support que nous considérons peut être employé pour un miroir de télescope quand on a

$$\frac{R^4}{e^2} \leqq 46,9 \times 10^3.$$

B. Au dispositif précédent, ajoutons un appui unique, placé sous le centre du miroir qui exerce en ce point une force dirigée de bas en haut égale à la fraction m du poids P du disque. La charge de l'appui marginal se réduit à $(1 - m)P$. Nous allons chercher comment varie la forme de la méridienne lorsqu'on fait varier m.

Avec les notations du paragraphe 5, nous avons pour l'appui central ($\rho = 0$, Tableau IV) :

$$\alpha_1 = -1,549,$$
$$\beta_1 = +2,700,$$
$$\gamma_1 = -1,151$$

et pour l'appui marginal

$$\alpha_2 = +1,050,$$
$$\beta_2 = -1,301,$$
$$\lambda_2 = -0,251$$

En vertu du principe de superposition, la méridienne du miroir va s'écrire :

$$(15)\quad y = 0{,}704\, g \frac{\delta}{E} \frac{R^4}{e^2} [m(\alpha_1 + \beta_1 \xi^2 + \gamma_1 \xi^4) + (1 - m)(\alpha_2 + \beta_2 \xi^2 + \gamma^2 \xi^4)].$$

Soit ici, le disque étant supposé en verre,

$$y = 2{,}37 \times 10^{-9} \frac{R^4}{e^2} [1{,}050 - 2{,}599\, m + \xi^2(-1{,}301 + 4{,}001\, m) - \xi^4(-0{,}251 - 1{,}402\, m)].$$

Pour annuler la flèche de courbure, c'est-à-dire amener le centre du miroir dans le plan qui contient le bord, il faut poser

$$1{,}050 - 2{,}599\, m = 0,$$

c'est-à-dire $m = 0{,}404$.

On voit qu'il existe alors une aberration de sphéricité de genre sous correction, d'ailleurs un peu plus grande que celle qu'on

Fig. 31.

observerait, en sens inverse, en l'absence du support central (*fig.* 31)

$$\varepsilon = 0{,}187 \times 10^{-9} \frac{R^4}{e^2}$$

ce qui limite l'emploi de ce support, pour un miroir plan, aux environs de $R^4 : e^2 = 37{,}4 \times 10^3$.

S'il s'agit d'un miroir parabolique, il paraîtra plus intéressant de supprimer l'aberration de sphéricité en laissant subsister un faible changement de courbure. On annulera le coefficient du terme en ξ^4, en prenant

$$m = 0{,}179.$$

Le dispositif à support central unique est de construction relativement simple, son réglage est aisé. Il peut être employé dans des instruments déjà importants comme on peut le voir en consultant le Tableau VII.

C. On peut se proposer d'annuler à la fois le terme en ξ^2 et le terme en ξ^4 des ordonnées de flexion, c'est-à-dire de supprimer en même temps la courbure et l'aberration de sphéricité par un choix convenable du rayon ρ_1 de la zone le long de laquelle on applique la force mP et de cette force elle-même. Le Tableau IV et l'équation (15) du présent paragraphe contiennent les éléments nécessaires au calcul. On trouve

$$\rho_1 = 0,500, \qquad m = 0,656.$$

Autrement dit, si le poids d'un miroir se partage entre deux couronnes d'appui dont l'une est au bord même, l'autre à mi-longueur du rayon, la charge de la première étant 0,344 du poids total P et celle de la seconde 0,656P, on n'observera pas de flexion à l'approximation que nous avons admise en remplaçant l'équation exacte de la méridienne par un trinome pair. J'ai calculé au moyen de l'expression (10) du paragraphe 5 les ordonnées exactes du miroir pour chaque dixième de rayon. Elles sont de la forme

$$y = 0,0704 g \frac{d}{E} \frac{R^4}{e^2} \Delta.$$

Voici les valeurs de Δ :

Tableau VIII.

ξ.	Δ.
0	0,0000
0,1	—0,0003
0,2	—0,0031
0,3	—0,0069
0,4	—0,0088
0,5	—0,0080
0,6	—0,0042
0,7	0,0003
0,8	—0,0033
0,9	0,0033
1,0	0,0000

La courbe qui les représente (*fig.* 32) a la forme caractéristique d'une onde lumineuse affectée de l'aberration de sphéricité du cinquième ordre quand celle du troisième ordre est corrigée. Le signe + indique un accroissement du trajet optique. On voit que

le plus grand écart de tautochronisme entre deux rayons vaut

$$\varepsilon' = 0,704 g \frac{d}{E} \frac{R^4}{e^4} (0,009 + 0,004).$$

Soit dans le cas du miroir de verre

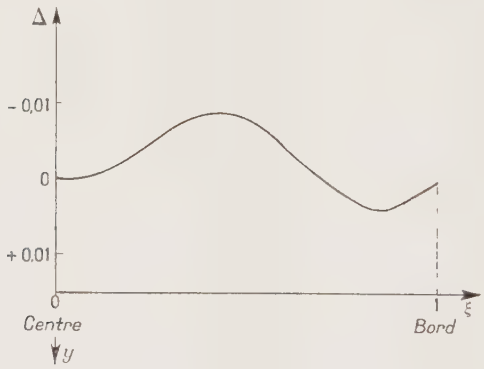
$$\varepsilon' = 0,031 \times 10^{-9} \frac{R^4}{e^2},$$

en prenant 7×10^{-6} cm comme tolérance, on voit que le dispositif indiqué pourrait être employé jusqu'à

$$R^4 : e^2 \leqq 226 \times 10^3,$$

D. L'emploi de trois cercles d'appui permet enfin d'obtenir une correction des flexions pratiquement parfaite. Les rayons

Fig. 32.



de $\rho_1 R$, $\rho_2 R$, $\rho_3 R$ de ces trois cercles étant choisis arbitrairement, on détermine par tâtonnement, en utilisant les nombres du Tableau III, les forces $m_1 P$, $m_2 P$, $m_3 P$ qui doivent être exercées par chacun des cercles d'appui pour réduire le plus possible les ordonnées résiduelles. Voici un exemple : j'ai pris ponr rayon des cercles

$$\rho_1 = 0,333, \qquad \rho_2 = 0,667, \qquad \rho_3 = 1,000,$$

la meilleure compensation est obtenue pour

$$m_1 = 0,253, \qquad m_2 = 0,484, \qquad m_3 = 0,263.$$

les résidus d'aberration de sphéricité calculés au moyen de l'expression (3) du paragraphe 5 sont de l'ordre de $3 \times 10^{-12} R^4 : e^2$. Ils ne deviendraient perceptibles que si $R^4 : e^2$ surpassait 2300×10^3 (pour un disque de verre), flexibilité qui n'est atteinte par aucun miroir de téloscope actuellement existant comme on le voit en consultant le Tableau VII.

16. Dans ce qui suit, je suppose que les points d'appui du disque sont constitués (outre les trois points fixes qui définissent la position du miroir) par des leviers à contrepoids réglables du modèle representé par les figures 24 et 25; ces appareils doivent être construits avec beaucoup de précision et sont par conséquent assez dispendieux. D'autre part, le réglage de l'ensemble du système est d'autant plus aisé et rapide que ces supports sont en moins grand nombre. On a donc intérêt à n'en pas mettre plus qu'il n'est nécessaire. Ainsi nous sommes amenés à traiter le second problème : quel est le nombre minimum des points d'appui qu'il faut grouper le long d'une circonférence concentrique au miroir pour que l'effet obtenu soit indiscernable de celui qu'on observerait sur un support continu ?

Nous ne pouvons ici connaître *a priori* que la forme d'une relation : elle sera donnée par une simple condition d'homogénéité. L'expérience devra indiquer la valeur du coefficient numérique qu'elle renferme.

A. Considérons un disque de diamètre 2R et d'épaisseur e placé horizontalement sur n appuis équidistants chargés, placés à son bord. Trois de ces appuis sont les supports fixes. Pour donner au système tout entier le plus de symétrie possible nous placerons ces supports fixes au sommet d'un triangle équilatéral. Le nombre total des appuis sera constamment dans la suite un multiple de 3.

En raison de la flexion du disque entre les supports, le contour du miroir prend la forme d'une courbe gauche qui présente n ondulations ou festons. Nous pouvons porter notre attention sur une poutre élémentaire, en forme de parallélépipède de hauteur e, de longueur égale à la distance a de deux appuis consécutifs et de largeur b proportionnelle au rayon du disque. Cette poutre a un moment d'inertie I proportionnel à be^3, c'est-à-dire à Re^3. La

charge p qu'elle supporte est proportionnelle directement au poids du disque et inversement au nombre n d'appuis. Dans ces conditions, l'ordonnée de flexion en un certain point de la poutre élémentaire a pour valeur

$$y = \frac{pa^3}{E.I} U,$$

où U est une certaine fonction de n qui dépend du point considéré; E le module de traction de la substance. Nous avons avec les notations précédemment employées

$$p = \pi R^2 g \delta e : n,$$

d'où

$$y = K' \frac{g \delta}{E} \frac{R a^3}{n e^2}.$$

Mais a est proportionnel à R et fonction de n. On peut donc écrire pour une substance donnée, le verre par exemple,

$$y = \frac{R^4}{e^2} \frac{1}{n^4} V,$$

où V est une fonction de n. Lorsque les flexions du miroir entre ses points d'appui sont inférieures ou au plus égales à une certaine limite tolérable, qui d'ailleurs est aussi sans doute une fonction de n, l'expression précédente prend la forme

$$W \geqq \frac{R^4}{e^2} \frac{1}{n^4},$$

où W est une fonction de n que nous allons déterminer par l'expérience.

A l'aide du miroir considéré, observons l'image d'une étoile voisine du zénith avec un oculaire fort. Tirons celui-ci un peu au delà du foyer; on voit l'anneau brillant extérieur de la figure de diffraction présenter n excroissances (qui sont égales si les contrepoids mobiles de la figure 24 sont convenablement réglés). Leur importance dépend de la flexibilité du miroir. Rétablissons la mise au point qui montre la meilleure image possible : si la flexibilité du miroir est inférieure à une certaine limite, l'image est pratiquement indiscernable de celle qu'on observerait si le miroir était supporté par un appui circulaire qui exercerait un effort uniformément réparti sur tout son contour.

J'ai longuement décrit au paragraphe 13 cette expérience dans le cas d'un miroir supporté en trois points. J'ai montré que ce support était admissible tant que $R^4 : e^2$ n'excède par 10^3. On peut donc écrire, pour $n = 3$,

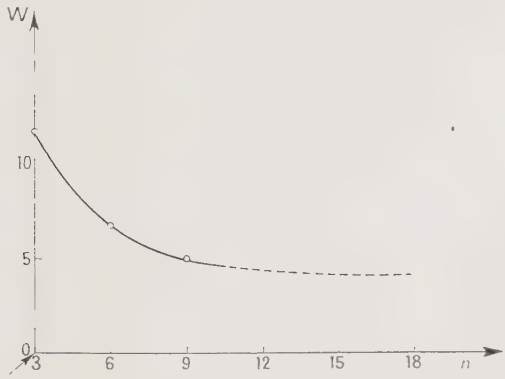
$$W_3 = \frac{10^3}{81} = 12,3.$$

Un miroir parabolique (n° 67, *voir* Tableau VII) de 41^{cm} de diamètre et de $4^{cm},6$ d'épaisseur moyenne, pour lequel on a $R^4 : e^2 = 8,76 \times 10^3$, a reçu un support constitué par 6 touches équidistantes placées en son bord (3 points fixes et 3 leviers). Il montre très légèrement l'effet des flexions résiduelles et semble à peu près à la limite que je viens de définir. Nous avons donc

$$W_6 = \frac{8,76 \times 10^3}{1290} = 6,8.$$

J'ai muni le miroir du télescope de l'Observatoire de Meudon [(*a*) Tableau VII] pour lequel on a $R^4 : e^2 = 32,6 \times 10^3$ d'un support à 9 touches marginales dont trois fixes ($n = 9$). La déformation festonnée du bord n'est pas sensible. Je n'ai pu malheu-

Fig. 33.



reusement faire l'observation dans des conditions parfaites d'homogénéité atmosphérique. Quoi qu'il en soit, nous écrirons

$$W_9 = \frac{32,6 \times 10^3}{6560} = 5,0.$$

Avec ces valeurs numériques, les seules dont je dispose actuellement, j'ai tracé la courbe de la figure 33. Il est intuitif que W doit tendre vers une limite lorsque n croît.

Dans le cas où il existe plusieurs cercles d'appui si la fraction m du poids total du disque est soutenu par la couronne marginale, il faudra satisfaire la relation

$$\frac{m}{n^4}\,\frac{R^4}{e^2} \leqq W_n. \tag{16}$$

Ainsi est déterminé le nombre des points d'appui qui doivent être rangés sous le bord du miroir pour que la flexion en feston de ce bord soit négligeable et que le résultat observé soit le même que dans le cas d'un support continu. Le même problème se pose pour les autres points d'appui qui sont rangés sur un cercle de rayon $r < R$. Faute d'avoir pu faire des expériences sur de très grands miroirs, je dois me contenter de proposer la règle empirique suivante. On choisira le nombre des supports rangés sur un cercle de rayon quelconque, tel que ces points d'appui se trouvent éloignés les uns des autres de la même distance qui sépare les appuis placés au bord même du disque, distance que nous avons déterminée ci-dessus. Si pour conserver à tout le système une symétrie ternaire (avantage qui rend le réglage plus facile), on décide que le nombre des supports intermédiaires sera multiple de trois comme celui des supports marginaux, on choisira le multiple de trois immédiatement supérieur au nombre indiqué par la règle précédente.

17. Je rassemblerai ici les résultats expérimentaux sur lesquels sont fondées les règles précédentes et quelques exemples de leur

Fig. 34.

application, de telle sorte que le choix du type du support convenant à un miroir donné soit indiqué explicitement.

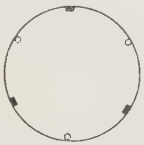
A. Rappelons que le support simple constitué par trois points

d'appui équidistants (*fig.* 34) n'est valable que pour

$$R^4 : e^2 \leqq 1000.$$

B. Un support à 6 touches marginales, dont trois sont des supports astatiques (*fig.* 35), est valable pour un miroir plan

Fig. 35.

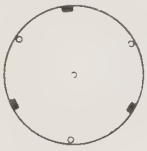


jusqu'à $R^4 : e^2 \leqq 2800$. J'ai employé cette disposition pour soutenir la lame séparatrice et la lame compensatrice d'un interféromètre de Michelson, de dimensions assez grandes, qui appartient au laboratoire de M. Cotton. Ces lames portent les n°s 40 et 41 dans le Tableau VII. Elles sont caractérisées par $R^4 : e^2 = 1680$. Dans ce cas particulier, en raison de la grande précision exigée par un instrument de ce genre, il a fallu compenser empiriquement par une dernière retouche la courbure très légère que prend sous l'effet de son propre poids la lame séparatrice, dans la position où elle se trouve placée.

La même disposition est applicable à un miroir parabolique, dont les changements de courbure n'importent pas, tant que $R^4 : e^2$ n'atteint pas 9000.

C. L'addition d'une touche centrale qui porte à 7 le nombre des points d'appui (*fig.* 36) peut convenir aussi bien aux miroirs

Fig. 36.



plans qu'aux miroirs paraboliqnes, avec un réglage différent, comme on l'a expliqué précédemment; les résidus de flexion que

cette disposition laisse subsistuer apparaissent lorsque $R^4 : e^2$ atteint environ 12000.

D. J'ai dû recourir à un dispositif un peu plus compliqué lorsqu'il s'est agi d'exécuter le support d'un miroir parabolique de 81^{cm} de diamètre destiné à la Station astronomique que l'Observatoire de Paris possède à Forcalquier (Basses-Alpes). Ce miroir est celui qui porte le n° 39 dans le Tableau VII. On a $R^4 : e^2 = 46,5 \times 10^3$. Le miroir doit être supporté par deux couronnes d'appui : l'une au bord ($\rho = 1$), l'autre voisine du centre ($\rho = 0,3$). Cette disposition a été choisie en vue de pouvoir modifier en faisant varier la charge des deux couronnes, l'aberration de sphéricité du miroir de manière à compenser, dans la mesure du possible, certains effets des variations de la température du disque qui revêtent, comme on le verra au paragraphe 21, une forme analogue à cette aberration : le point visé étant supposé voisin du zénith, on s'efforcera de compenser approximativement par la flexion du miroir l'effet termique qui correspond au régime de température le plus fréquent.

La charge de la couronne marginale sera peu supérieure ou peu inférieure à 0,7 P. Si elle est formée par un groupe de 6 points d'appui, nous avons (avec $m = 0,7$, $n = 6$)

$$\frac{m R^2}{n^4 e^4} = 25,1,$$

nombre supérieur à W_6 (*fig.* 33) et qui par conséquent ne convient pas. Au contraire, avec $n = 9$, on trouve :

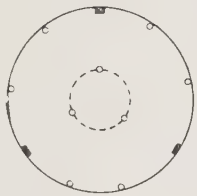
$$\frac{m R^4}{n^4 e^2} = 4,95,$$

valeur très voisine du chiffre qui résulte de l'observation faite sur le miroir de Meudon; c'est le nombre de 9 appuis marginaux que j'ai adopté.

J'ai constitué la couronne d'appui voisine du centre au moyen de 3 leviers seulement. Je me propose d'étudier par la méthode de la lame de couteau, et au moyen de l'examen des plages extra focales, la déformation du miroir produite par ces trois points d'appui, en faisant croître progressivement leur charge. Cette observation permettra de préciser mieux que je ne l'ai pu faire au

paragraphe précédent la régle qui doit indiquer le nombre d'appuis nécessaire le long d'un cercle de rayon inférieur à celui

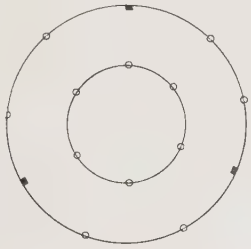
Fig. 37.



du miroir. La figure 37 montre la distribution des points d'appuis qui doit convenir à un miroir lorsque $R^4 : e^2$ est voisin de 45000.

E. Le miroir de $1^m,21$ de l'Observatoire de Paris (n° 77, Tableau VII) est un peu plus flexible que le précédent $R^4 : e^2 = 60000$. Il paraît convenable de constituer son support sur le principe indiqué au paragraphe 15 C, c'est-à-dire par deux cercles de points d'appui; l'un au bord même, portant 0,344 du poids P du miroir, l'autre à mi-longueur du rayon exerçant un effort égal

Fig. 38.



à 0,636 P. L'application de la règle précédente indique que les supports marginaux doivent être encore au nombre de 9 et qu'il faut employer 6 points d'appui pour constituer la couronne intérieure (*fig.* 38).

F. Enfin, j'ai été appelé à établir un projet relatif à un miroir de télescope de dimensions plus importantes, qui devait satisfaire, pour des raisons d'ordre économique, aux conditions suivantes :

le diamètre serait aussi grand que peut le permettre la machine à polir qui existe actuellement à l'Observatoire de Paris, soit $1^{m},92$, et l'épaisseur telle que la masse de verre tout entière n'excède pas le contenu d'un seul pot de glacerie. Cette circonstance, qui m'a été indiquée par les ingénieurs de la Compagnie de Saint-Gobain comme de nature à faciliter considérablement la coulée du disque, limite son poids, compte tenu des inévitables déchets, à environ 1100^{kg}. Ainsi l'épaisseur moyenne ne peut dépasser 151^{mm}. La face du disque qui doit être travaillée optiquement est celle qui se trouve en dessous, en contact avec le moule. Pour éviter toute perte de matière, on a prévu que le fond du moule serait légèrement convexe, de manière que le disque reçoive approximativement dès la coulée la courbure qu'il doit présenter dans la suite.

Ce disque est très peu épais, comparé à ceux des télescopes existant de dimensions voisines (¹) et il faut voir là un avantage au point de vue des effets thermiques étudiés au chapitre suivant; par ailleurs il en résulte une flexibilité considérable (Tableau VII): montrons qu'il doit être relativement aisé de construire un support qui en élimine les effets. Nous avons $R^4 : e^2 = 374 \times 10^3$. Je suppose qu'on emploie le dispositif à 3 couronnes d'appuis décrit au paragraphe 15, D. Les résidus d'aberration de sphéricité que ce support laisse subsister sont de l'ordre de

$$3 \times 10^{-12} \times 0,374 \times 10^6 = 1,12 \times 10^{-6} \text{ cm},$$

très largement inférieurs à la limite tolérable. L'application de la règle du paragraphe 16 indique immédiatement le nombre n des points d'appui, qui doivent constituer la rangée marginale dont la charge totale est $m_3 = 0,263$ du poids du disque, prenons $n = 15$. On a

$$\frac{0,263}{5^4} \times 0,374 \times 10^6 = 1,95,$$

quantité inférieure à la limite indiquée par le graphique (*fig.* 33), soit 4,2.

On est conduit à placer 12 appuis sur la couronne intermédiaire

---

(¹) Sauf le miroir de 5 pieds de Harvard, taillé par Common. *d*, Tableau VII.

et 6 sur le cercle intérieur, de telle sorte que le support étudié au paragraphe 15, D, offrira en réalité l'aspect représenté par la

Fig. 39.

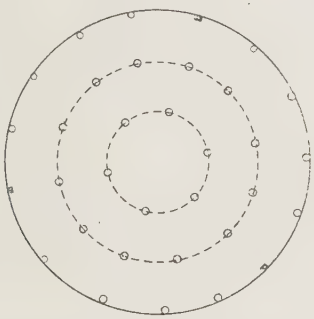


figure 39, sa complication n'est pas telle qu'on ait à craindre des difficultés de construction ou de réglage.

18. Nous allons considérer maintenant non plus les flexions d'un miroir isolé, mais les effets qui résultent de la flexion simultanée des deux miroirs dont se compose d'ordinaire un téléscope.

Il faut d'abord remarquer que, en raison de ses dimensions, le miroir secondaire (ou petit miroir) subit toujours des déformations beaucoup plus faibles que celles du miroir principal : dans le rapport de quelques centièmes à l'unité. Aussi n'est-il pas d'usage de munir le petit miroir d'un support destiné à combattre ses déformations propres : on se contente de corriger le mieux possible, par un réglage empirique convenable des supports du grand miroir; les flexions de tout l'ensemble.

Lorsque j'ai établi le projet de la montnre du télescope de Forcalquier, j'ai cherché à obtenir que cette compensation, supposée obtenue lorsque l'instrument est dirigé vers le zénith, soit encore réalisée pour toutes les autres directions du point visé. Cette condition est aisément satisfaite dans le cas du télescope de Cassegrain : les deux miroirs étant coaxiaux, les flexions de l'un sont toujours proportionnelles à celles de l'autre. Supposons les deux disques supportés chacun par trois appuis fixes placés en trois points équidistants de leur bord; prenons de plus la précaution de placer ces appuis, pour les deux miroirs, dans les mêmes azimuts

par rapport à l'axe optique. On voit qu'il existe alors une proportionnalité entre les flexions des points homologues des deux surfaces, c'est-à-dire des points qui sont touchés par le même rayon lumineux; la variation du trajet optique est égale au double de la différence des ordonnées de flexion propres à chaque miroir. Si l'on rend cette différence nulle dans une certaine position du télescope, par un réglage convenable des supports du grand miroir, elle reste nulle dans toutes les positions que peut prendre l'instrument.

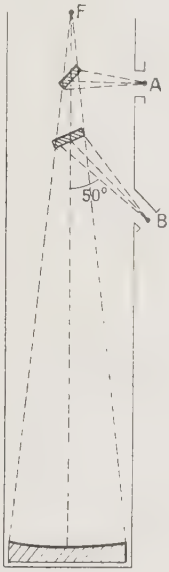
Il ne peut malheureusement en être ainsi dans le cas d'un télescope de Newton. Le plan qui renvoie le faisceau hors du tube est nécessairement oblique sur l'axe du miroir et l'effet de ses flexions subsiste partiellement.

L'usage ordinaire est de rejeter les rayons à angle droit de leur direction primitive par une réflexion sous une incidence de 45°. Pour réduire autant que possible la fraction du faisceau incident interceptée par le miroir secondaire, on ne donne à celui-ci que les dimensions strictement nécessaires : son contour est une ellipse dont les axes sont entre eux comme 1 et $\sqrt{2}$. Cette forme particulière augmente beaucoup les difficultés d'exécution du miroir plan car les défauts qui apparaissent, quel que soit le procédé de travail employé, sont dépourvus de la symétrie de révolution qui rend, lorsqu'elle existe, la retouche aisée. De plus les opticiens ont l'habitude de donner au bloc de verre qui constitue le plan newtonien la forme d'un cylindre circulaire limité par deux bases parallèles inclinées à 45° sur les génératrices. C'est là un souci d'élégance bien inopportun, car il importe peu de gagner quelques millièmes ou même de quelques centièmes, du flux lumineux utilisé, tandis que la difficulté est très grande de saisir un solide de forme aussi irrégulière dans une monture qui satisfasse les conditions énoncées au paragraphe 12. En fait, dans les télescopes de dimensions moyennes assez nombreux que j'ai eu l'occasion d'examiner, j'ai trouvé fréquemment le petit miroir soumis à des contraintes nuisibles. En raison de la forme du miroir secondaire habituellement employée et de sa forte inclinaison sur l'axe ses flexions sont loin d'être proportionnelles à celles du grand miroir.

J'ai renoncé à renvoyer le faisceau à angle droit de l'axe du grand miroir, comme en A (*fig.* 40) et je dispose le plan de

manière que le faisceau réfléchi (B) fasse un angle $2i = 50^\circ$ seulement avec la direction d'incidence. Il faut évidemment prendre un plan assez grand pour rejeter le foyer suffisamment loin de la paroi du tube pour que son accès soit commode, et disposer des écrans et des diaphragmes pour que la lumière du ciel ne puisse arriver directement à l'oculaire ou sur la plaque photographique. Mais les avantages de cette disposition sont nombreux.

Fig. 40.



D'abord lorsque le télescope est dirigé au voisinage du zénith, l'oculaire se trouve placé moins haut et la suppression de 7 ou 8 marches aux échelles d'observation n'est pas chose à dédaigner. De ce que l'incidence sur le miroir est réduite à $i = 25^\circ$ il résulte que si la surface n'est pas exactement plane mais présente une légère courbure, l'astigmatisme que cette courbure introduit sur le faisceau réfléchi est 3, 6 fois plus faible que si l'incidence était de 45° (*voir* § 2). D'autre part, l'aire elliptique éclairée par le faisceau principal a ses axes comme 1 et 1,103 (au lieu de 1,414). On pourra donc donner au miroir la forme d'un cylindre droit à base circulaire sans intercepter inuti-

lement, ce faisant, une fraction notable du faisceau incident; toute difficulté particulière de montagne est supprimée.

Supposons qu'un réglage approprié du support du grand miroir annule exactement les flexions de l'ensemble quand le télescope est dirigé vers le zénith; la compensation n'est évidemment pas exacte pour toute position, mais un calcul simple, sur lequel je ne crois pas utile d'insister, montrerait que la plus grande flexion résiduelle qui puisse reparaître est égale à la flexion propre du petit miroir (considéré seul et supposé placé horizontalement) multiplié par le facteur $\sin i$ soit ici 0,42. Ce maximum d'effet se produit quand le télescope vise deux points particuliers de l'horizon. Dans la région du ciel où peuvent se faire des observations délicates la flexion résiduelle est trois ou quatre fois plus petite de telle sorte qu'il n'y a pas lieu de s'en occuper tant que la flexibilité du petit miroir n'excède pas $R^4 : e^2 = 8000$. Le miroir plan du télescope de Forcalquier, qui a 253^{mm} de diamètre et $41^{mm},5$ d'épaisseur, satisfait amplement à cette condition ($R^4 : e^2 = 1500$).

Je terminerai cette étude des flexions en décrivant brièvement les opérations de réglage par lesquelles on arrive à obtenir une image parfaite, en prenant pour exemple le cas d'un télescope de Cassegrain.

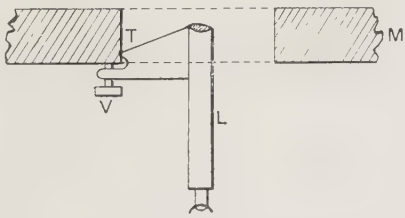
Si les flexions n'existaient pas il serait facile de procéder au centrage de façon purement empirique en observant les aberrations dont est affectée l'image d'une étoile vue dans l'oculaire. Mais les tâtonnements nécessaires deviennent inextricables, lorsque l'effet des flexions vient s'ajouter aux aberrations géométriques qui résultent d'un centrage défectueux. Aussi convient-il de prendre pour point de départ un centrage précis obtenu par un moyen géométrique. Voici celui que j'utilise. Il comporte deux phases; orienter l'axe optique du grand miroir de manière à le faire passer par le centre O_2 du contour du petit miroir; orienter l'axe optique du miroir secondaire de manière à le faire passer par le centre O_1 du contour du grand miroir.

1° Dans les miroirs que j'ai taillés, j'ai pris soin de rendre la face postérieure plane, de donner à la paroi latérale du disque et à celle du trou central la forme de cylindres circulaires coaxiaux dont les axes sont perpendiculaires au plan du dos et d'assurer le

parallélisme des bases en vérifiant l'égalité de son épaisseur le long de son contour. Ces conditions étant aisément réalisées avec des écarts de quelques centièmes de millimètre seulement, l'axe de figure du disque est défini avec une précision supérieure à celle qui est nécessaire. De plus les essais optiques du miroir ont permis de vérifier que sa surface admet un axe de révolution et qu'on peut confondre cet axe avec l'axe de figure du disque à l'approximation utile.

Dans ces conditions l'opération du centrage est purement mécanique. J'emploie pour l'effectuer un appareil dérivé de celui dont on se sert quelquefois pour centrer les objectifs et qui consiste en une petite lunette astronomique L (*fig.* 41), dont l'oculaire est muni d'une croisée de fils; cette lunette est portée par un trépied dont les trois bras portent des touches T qui entrent juste à l'intérieur du trou central du grand miroir M et des vis calantes V qui viennent s'appuyer sur sa face postérieure. Les touches T sont

Fig. 41.



placées par construction sur un cercle concentrique à l'objectif de la lunette. Une petite croix est tracée au diamant au centre O_2 du petit miroir; la lunette étant appuyée au grand miroir on met l'oculaire au point sur cette croix et l'on agit simultanément sur les vis de réglage V du trépied et sur celles qui relient le barillet du grand miroir au tube de télescope de manière à amener l'image de O_2 sur le réticule et à obtenir que cette coïncidence se maintienne lorsqu'on fait tourner la lunette-trépied sur son axe en la maintenant appuyée au verre. L'opération se conduit comme celle qui consiste à dresser un cathétomètre ou un théodolite; lorsqu'elle est achevée, l'axe du grand miroir passe par le centre du contour du petit miroir.

2° Enfonçons légèrement l'oculaire de la lunette; nous voyons alors nettement l'image A de son objectif réfléchie par le petit miroir. Un aide agit sur les vis de réglage qui relient le barillet au petit miroir au tube du télescope et en règle l'orientation de manière que les fils du réticule bissectent l'image A : à ce moment, les axes des deux miroirs sont confondus et le centrage proprement dit étant achevé, on passe à la correction des flexions.

Je suppose que le miroir est supporté par trois appuis fixes et un certain nombre de leviers du type décrit au paragraphe 11. Il est indispensable pour la facilité du réglage que les leviers et contrepoids appartenant à une même couronne soient réalisés aussi identiques qu'il est possible les uns aux autres. Il est commode de munir les tiges sur lesquelles se déplacent les contrepoids d'une graduation. Le constructeur a déterminé la dimension de toutes les pièces de manière que la force appliquée par chaque levier puisse varier dans les limites assez larges autour de la valeur indiquée par le calcul exposé au paragraphe 15.

On commence par placer les contrepoids à la position calculée qui a servi de base au dessin de l'instrument, puis on dirige le télescope vers une étoile peu éloignée du zénith et l'on tire l'oculaire un peu au delà du foyer. On voit une plage lumineuse sillonnée de franges de diffraction. Si l'atmosphère était parfaitement homégène et les flexions corrigées, ces franges seraient des cercles concentriques. En général, il n'en est pas ainsi et l'on s'efforce de faire abstraction des mouvements qui les agitent plus ou moins et de retenir seulement les irrégularités stables de la forme et de l'éclairement des anneaux qui proviennent des flexions. Considérant la plage visée comme une image réduite du miroir, on cherche d'abord la trace des points d'appui les plus voisins du centre; on aperçoit en général, là où chacun d'eux se projette, un léger accroissement local de la lumière; en retouchant légèrement la position des contrepoids, on rend le mieux possible identiques entre eux ces légers effets des déformations locales du miroir au-dessus de chaque appui.

De même, l'effet des supports marginaux se traduit par des irrégularités du bord de la plage, qui n'est pas exactement circulaire. En général, ce contour a la forme d'un triangle curviligne, montrant que les leviers qui agissent au bord du miroir sont tous

ou trop forts ou trop faibles. Dans la figure observée au delà du foyer la frange extérieure tend à augmenter d'éclat et à former une excroissance, là où se projette un point d'appui trop chargé. Ainsi il est facile de corriger la position des contrepoids de manière à donner à la frange extérieure l'aspect d'un cercle uniformément éclairé.

Cela obtenu, on fait varier la mise au point et l'on examine alternativement les figures extrafocales qui correspondent à deux positions du plan visé symétriques par rapport au plan focal. Les figures observées devraient être identiques. Le plus souvent, il existe une différence d'aspect révélant la présence d'une aberration zonale qui, si le miroir a été reconnu bon par ailleurs, doit être attribuée en partie aux effets de la flexion, en partie à des déformations d'origine thermique. On s'efforcera de réduire ce défaut dans la mesure du possible, pour un certain régime thermique, soit celui qu'on observe le soir, soit celui qui existe à la fin de la nuit.

Pour ce faire, on utilise la faculté qu'on a de modifier l'aberration de sphéricité du miroir en changeant les forces exercées par les différentes couronnes d'appui ainsi qu'il résulte des discussions faites aux paragraphes 6 et 15. Si par exemple on observe un défaut analogue à l'aberration de sphéricité du genre sous correction (bord relevé) on cherchera à introduire la surcorrection caractéristique d'un miroir supporté par le bord. L'opération consiste à diminuer d'une même quantité l'action des leviers voisins du centre, puis à rétablir, le long du contour du miroir, l'égalité de la charge des appuis fixes et des leviers réglables en augmentant un peu la force de ces derniers.

L'aberration de sphéricité qui peut aussi être introduite à volonté par l'observateur n'est évidemment importante que si le miroir est très flexible.

CHAPITRE III.

EFFETS THERMIQUES : DÉFORMATIONS DES MIROIRS, AGITATION DE L'AIR.

SOMMAIRE.

19. Généralités. — 20. Variations de la courbure d'un miroir qui résultent de la non-uniformité de sa température. — 21. Aberrations d'origine thermique (effet de bord). — 22. Notes sur le rôle de l'agitation de l'air dans les instruments. — 23. Recherches diverses faites en vue de réduire les effets thermiques.

19. Dans les conditions où l'on emploie les miroirs, chaque élément de la surface du disque est le siège d'un échange de chaleur avec le milieu ambiant. De ce fait, résultent deux ordres de conséquences. D'une part, la température est nécessairement non uniforme à l'intérieur du verre, et l'inégale dilatation des différentes parties du disque entraine une déformation de la surface optique. D'autre part, l'air qui le baigne change de température et d'indice de réfraction, et se trouve agité par des courants de convection dans un espace que les rayons utilisés doivent traverser deux fois. Il est difficile de dire lequel de ces deux effets est le plus gravement nuisible.

Considérons particulièrement les circonstances qui sont celles du travail nocturne. Au début de la soirée, le télescope tout entier et la coupole qui l'abrite sont d'ordinaire plus chauds que l'air environnant et suivent avec un certain retard son refroidissement graduel. A part de rares exceptions, cette différence de tempé-

rature conserve le même signe pendant le cours de la nuit, mais son importance va s'atténuant jusqu'au matin.

Il est remarquable, et fort heureux, que les défauts d'origine thermique qui affectent l'image télescopique d'une étoile l'altèrent d'une façon sensiblement symétrique. Dans certaines conditions, toutefois, on peut déceler un faible astigmatisme; les observations que j'en ai pu faire conduisent à l'attribuer presque entièrement au mode suivant lequel la densité moyenne de l'air varie dans les différentes parties de l'instrument. Ce phénomène secondaire mis à part, on peut considérer, en première approximation, les déformations thermiques des miroirs comme présentant une symétrie de révolution autour de l'axe optique. Cette circonstance rend leur étude et leur représentation relativement faciles.

Je donnerai d'abord une description des phénomènes qui accompagnent le refroidissement d'un télescope tels que j'ai pu les observer un grand nombre de fois. L'instrument qui m'a servi était un petit télescope newtonien de $18^{cm},6$ d'ouverture. Son miroir est celui qui figure dans le Tableau VII sous le n° 20; il a pour épaisseur $2^{cm},53$. Le tube du télescope entièrement ajouré est une poutre en treillis de section carrée, faite de minces pièces de bois, le miroir n'est pas enfermé dans un barillet; il est maintenu par trois supports qui laissent s'effectuer librement la circulation de l'air autour de lui. L'instrument est pratiquement parfait et se prête bien aux observations les plus délicates, mais ses faibles dimensions rendent dans les conditions normales les effets thermiques petits; pour faciliter leur étude, j'ai donc été conduit à exagérer artificiellement les variations de température auxquelles il était soumis. Il reste l'avantage que l'état d'équilibre est atteint au bout d'un temps assez court pour que les conditions extérieures qui le définissent n'éprouvent pas de variations sensibles pendant la durée de l'expérience; ainsi les conditions où est faite l'observation sont particulièrement bien définies et la netteté de ses résultats est tout à fait propre à guider l'interprétation des effets plus complexes qu'on pourrait observer sur un grand instrument.

Le télescope conservé dans une pièce chauffée est rapidement porté à l'extérieur où l'air est de 20° plus froid et immédiatement dirigé vers une étoile brillante voisine du zénith. L'image est tout d'abord très mauvaise et revêt l'aspect d'une grosse tache diffuse,

parfaitement circulaire. En enfonçant et en tirant l'oculaire, on constate que la répartition de la lumière n'est pas la même dans deux plans symétriques l'un de l'autre par rapport au plan focal; on reconnaît immédiatement la présence d'une aberration analogue à l'aberration de sphéricité du genre surcorrection : par rapport à la sphère osculatrice, les bords de l'onde réfléchie sont en retard. Mais ce n'est évidemment pas ce défaut qui peut produire l'extrême altération de l'image focale qu'on observe. L'examen à la lame de couteau de Foucault montre, par des ombres très prononcées, qu'au voisinage du miroir l'air est hétérogène et agité de lents remous.

Après une demi-heure, l'image s'est nettement améliorée; au bout d'une heure, elle est devenue excellente. Pendant tout ce temps, la position du plan focal n'a cessé de s'éloigner du miroir.

Cette brève description nous amène à diviser en trois parties l'étude des effets thermiques. Nous examinerons d'abord les changements de la longueur focale qui résultent des variations de la température, puis l'aberration de sphéricité qui l'accompagne presque toujours; enfin, nous chercherons les conditions auxquelles les courants de convection qui existent au voisinage du miroir sont les moins nuisibles qu'il est possible.

20. Les variations de la distance focale d'un télescope par l'effet des changements du régime thermique auquel il est soumis sont fort importantes, l'expérience le montre, quand il s'agit d'un instrument de grandes dimensions. Elles ne constituent qu'un inconvénient relativement léger dans les observations visuelles : on a vite fait de rétablir la mise au point qu'elles tendent sans cesse à détruire. Mais l'obligation de répéter fréquemment cette opération, par exemple deux ou trois fois par heure, est vraiment gênante pour les observations photographiques, car la recherche précise du plan focal est alors une opération relativement compliquée. Il faut interrompre l'exposition, diriger l'instrument sur une étoile brillante, substituer à la plaque sensible un appareil à lame de couteau mobile et ajuster le tirage d'après l'indication de l'essai de Foucault. On doit ensuite ramener l'instrument exactement dans sa direction primitive avant de recommencer le travail utile. Il est donc du plus grand intérêt de chercher les condi-

tions auxquelles la variation de la courbure d'un miroir soit la plus faible et la plus lente possible.

Je montrerai que la position du plan focal dépend peu de la température moyenne du télescope, qui va en s'abaissant au cours de la nuit, et que la grandeur de ses déplacements dépend surtout de la vitesse avec laquelle varie la température ambiante. Pour préciser l'allure des phénomènes étudiés ici, j'indiquerai dès maintenant le résultat observé dans un cas particulier. Imaginons que le miroir d'un télescope étant en équilibre thermique dans les conditions actuelles, ces conditions subissent un changement instantané qui comporte l'existence d'un autre état d'équilibre, l'expérience nous montre que le changement de la longueur focale se fait suivant une loi exponentielle par rapport au temps. Dans son expression, intervient un facteur qui dépend de l'épaisseur du miroir et des propriétés physiques de la matière dont il est fait (chaleur spécifique, coefficient de dilatation et de conductivité calorifique). On peut donc concevoir dès maintenant que la vitesse de déformation, à un instant donné postérieur au changement brusque des conditions extérieures que nous avons supposé, dépendra d'une part de l'ampleur de la variation qui correspond au passage d'un état d'équilibre à l'autre, et, d'autre part, de la vitesse initiale avec laquelle s'effectue ce passage. Aux limites, il est intuitif qu'un miroir extrêmement épais ne présenterait que des variations très lentes de longueur focale et qu'un miroir très mince, s'accommodant quasi instantanément au changement de régime, aurait un foyer stable quelques instants après.

A. Examinons d'abord, pour n'y pas revenir, les variations de la distance focale qui peuvent provenir d'une variation $\Delta\theta$ de la température lorsque celle-ci reste uniforme dans toutes les parties de l'instrument. S'il s'agit d'un système optique uniquement composé de miroirs, l'épaisseur d'air qui est traversée par chacun des rayons qui concourent au foyer est la même; il n'y a donc pas lieu de tenir compte du changement de la température de l'air lui-même. D'autre part, le miroir fait d'une substance dont le coefficient de dilatation est α_1 se dilate en restant semblable à lui-même, sa longueur focale F s'allonge de $\alpha_1 . F . \Delta\theta$, mais on détermine la position du plan focal par rapport à l'extrémité du tube

de télescope, fait d'une substance dont le coefficient de dilatation est α_2. L'allongement du tirage, c'est-à-dire l'allongement apparent du foyer, est

$$F = F(\alpha_1 - \alpha_2)\Delta\theta.$$

Si le miroir est en verre ($\alpha_1 = 7,5 . 10^{-6}$) et le tube en acier doux ($\alpha_2 = 11,1 . 10^{-6}$), si la longueur focale vaut 6^m, on trouve pour un refroidissement de 5°, ordinairement rencontré au cours d'une séance d'observation, un allongement apparent du foyer égal à $0^{mm},108$. Ce déplacement du plan focal qui pourrait être aisément mis en évidence s'il existait seul, est malheureusement négligeable devant celui qui résulte du fait que la température du miroir n'est pas en réalité uniforme dans toute sa masse.

B. L'expérience indique que la température d'un miroir dirigé vers le ciel est en première approximation uniforme sur toute la surface réfléchissante et aussi sur toute sa surface postérieure, mais qu'il existe entre les deux une différence sensible, atteignant souvent quelques dixièmes de degré, la première étant toujours la plus froide. Si l'on pouvait supposer que la température varie linéairement selon l'épaisseur du verre, il serait aisé de relier entre elles la différence des températures extrêmes ($\theta_1 - \theta_2$) à la variation ΔF de l'abscisse du plan focal. Dans cette hypothèse, il n'existe pas de tensions internes et l'élasticité du verre n'intervient pas. Si e est l'épaisseur du miroir, α son coefficient de dilatation, l'accroissement de courbure de sa méridienne est évidemment :

$$\Delta\mathcal{C} = \alpha\frac{(\theta_1 - \theta_2)}{e},$$

d'où le déplacement du foyer

$$\Delta F = 2\alpha\frac{\theta_1 - \theta_2}{e}F^2,$$

soit, pour

$$e = 0^m,10, \qquad F = 6^m, \qquad \alpha = 7,5.10^{-6}, \qquad \theta_1 - \theta_2 = 0^o,2 \ : \ \Delta F = 1^{mm},1.$$

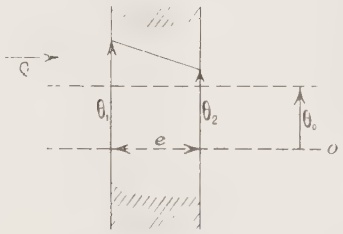
Tel est l'ordre de grandeur des effets observés.

D'où provient la différence de température qu'on observe entre les deux faces du miroir ? On pense tout d'abord au rayonnement de la face avant vers le ciel.

Nous allons calculer l'ordre de grandeur de ce phénomène et montrer qu'il ne peut expliquer qu'une faible fraction des variations de courbure observées en traitant le problème suivant :

Considérons (*fig.* 42) un solide en forme de plaque d'épaisseur uniforme e. Soit m le coefficient de conductivité thermique de la substance qui le constitue. Imaginons que ce corps soit placé dans une enceinte opaque vers laquelle il rayonne, et baigné par l'air,

Fig. 42.



avec lequel il échange de la chaleur par conduction et par convection. Nous supposerons que l'air loin du corps est à la même température que la paroi opaque, soit θ_0. A l'équilibre, la température du corps considéré est évidemment uniforme et égale à θ_0 : il n'existe pas de courbure thermique. Imaginons maintenant que l'une des faces du mur reçoive par rayonnement, d'une source de dimensions angulaires négligeables, Q calories par seconde et par centimètre carré. L'état d'équilibre qui correspond à ces nouvelles conditions est le suivant. La face du mur exposée au rayonnement de la source prend la température θ_1, l'autre la température θ_2, et dans l'intérieur du mur la température varie entre ces deux termes proportionnellement à l'abscisse. On observera, comme nous l'avons vu, une courbure

$$\mathcal{C} = \frac{\alpha}{e}(\theta_1 - \theta_2).$$

Pour calculer les températures des faces, il nous faut connaître les échanges de chaleur dont elles sont le siège. Chaque centimètre carré perd par rayonnement dans l'unité de temps une quantité de chaleur q_1 indiquée par la loi de Stefan, soit

$$q_1 = K_1 \sigma(\theta^4 - \theta_0^4),$$

où σ est le coefficient d'émission du corps noir et K_1 un coefficient qui dépend de la nature de la surface rayonnante. Si la différence des températures est petite, nous pouvons écrire

$$q_1 = 4 K_1 \sigma \theta_0^3 (\theta - \theta_0).$$

D'autre part, l'élément de surface considéré perd par la conduction de l'air une quantité de chaleur

$$q_2 = K_2 (\theta - \theta_0),$$

Enfin, les courants de convection qui se produisent au voisinage de la surface emportent une quantité de chaleur que l'expérience montre être proportionnelle à la différence des températures du corps et de l'enceinte

$$q_3 = K_3 (\theta - \theta_0),$$

nous pouvons donc écrire :

$$q = q_1 + q_2 + q_3 = K (\theta - \theta_0). \tag{17}$$

Cette expression n'est autre chose que la loi empirique du refroidissement d'un corps dans l'air établie par Newton. On sait que la perte de chaleur par conduction est petite devant celles qui sont dues au rayonnement et à la convection et que, à la température ordinaire, ces deux derniers mécanismes d'échange ont une importance de même ordre de grandeur.

J'ai cherché à déterminer le coefficient empirique K de l'expression (17) en effectuant des expériences analogues à celles de Rumford. J'ai étudié le refroidissement d'un ballon de verre mince de 5^{cm} de diamètre, rempli d'eau chaude, placé dans un air calme, les murs de la pièce où j'opérais étant sensiblement à la même température que l'air. La loi exponentielle de Newton se vérifie à 2 ou 3 pour 100 près dans un intervalle de température de 30°. Voici les quantités de chaleur perdues dans l'unité de temps, par l'unité de surface du ballon, pour chaque degré de différence entre sa température et celle de la pièce (10°). Le verre du ballon étant nu, j'ai trouvé en petites calories :

$$K = 0{,}00032,$$

le verre étant enfumé, K ne s'élève qu'à 0,00034; le fait que la

différence est petite tient évidemment au pouvoir absorbant du verre pour les grandes longueurs d'onde. Lorsque la surface du ballon est argentée extérieurement, le coefficient s'abaisse à

$$K = 0{,}00020.$$

Ces nombres ne sont évidemment valables que dans les conditions mêmes où ils ont été déterminés; cependant ils doivent nous indiquer un ordre de grandeur suffisamment exact de l'activité des échanges thermiques d'un miroir pour permettre certaines déductions utiles en pratique.

Cherchons quelle est, à l'équilibre, la température θ_1 et θ_2 des faces du mur. Pour simplifier l'écriture nous prenons θ_0 comme zéro de l'échelle thermométrique. Les conditions de l'équilibre sont

$$Q = K\theta_1 - \frac{m}{e}(\theta_1 - \theta_2),$$

$$0 = K\theta_2 - \frac{m}{e}(\theta_1 - \theta_2),$$

d'où nous tirons la température moyenne du mur

$$\frac{\theta_1 + \theta_2}{2} = \frac{Q}{2K} \tag{18}$$

et la différence de température entre ses faces

$$\theta_1 - \theta_2 = \frac{Q}{\frac{2m}{e} + K}. \tag{19}$$

Cette dernière expression va nous permettre d'apprécier l'importance de l'effet du rayonnement d'un miroir vers le ciel.

Reprenant les mesures d'Angström, de Kimball, Boutaric (2) a trouvé qu'une surface noircie rayonne vers le ciel entier, c'est-à-dire dans un angle solide égal à 2π, environ 0,0026 petite calorie par centimètre carré et par seconde. Le pouvoir émissif intégral de l'argent à basse température est seulement 0,12 de celui du noir de fumée. D'autre part, l'angle solide dans lequel peut rayonner un miroir de télescope est petit, Dans un instrument de proportions ordinaires, dont le rapport de la longueur à l'ouverture est par exemple égal à 1 : 6, l'angle vaut seulement $2\pi : 288$. La quantité

de chaleur rayonnée par chaque centimètre carré de la surface du miroir, dans l'ouverture du télescope, est donc seulement de l'ordre de

$$\frac{0,0026 \times 0,12}{288} = 1,08 . 10^{-6}$$

petite calorie par seconde. En introduisant ce nombre dans les équations (18) et (19) avec la valeur du coefficient K que nous avons observé pour une surface argentée, supposant que le miroir est en verre ($m = 0,0018$) et que son épaisseur vaut 10^{cm}, on trouve

$$\frac{\theta_1 - \theta_2}{2} = 0^{\circ},0027,$$

$$\theta_2 - \theta_1 = 0^{\circ},0019.$$

Si la longueur focale du télescope est de 6^{m}, cette différence de température entre les faces du disque produit un raccourcissement du foyer égal à un centième de millimètre, pratiquement négligeable.

Ainsi, il faut chercher ailleurs que dans le rayonnement constant du miroir vers le ciel la cause principale des variations de la longueur focale qu'on observe dans la réalité. Elle ne peut être que la suivante. Comme la température de l'air s'abaisse continuellement au cours de la nuit, la température moyenne du miroir reste constamment supérieure à celle de l'air. Mais les courants de convection s'effectuent beaucoup plus librement sur la face avant du disque que sur sa face arrière, où ils sont habituellement gênés par la disposition des pièces qui soutiennent le miroir. Il n'est pas étonnant que le dos reste constamment plus chaud que la surface. On conçoit d'ailleurs que l'activité des échanges puisse être rendue sensiblement égale sur les deux faces, grâce à une disposition convenable des organes du télescope et qu'on puisse ainsi réduire dans une large mesure les variations gênantes de la distance focale, Je reviendrai sur cette question à la fin du paragraphe 21.

Au problème que nous venons de traiter se rattache l'effet du rayonnement du Soleil sur les miroirs que comportent les instruments destinés à son étude. Considérons le cas d'un miroir de verre argenté qui réfléchit les rayons solaires sous un angle de 45°. La surface antérieure du disque reçoit un flux de chaleur beaucoup plus grand que celui que nous avons précédemment considéré

Prenons la constante solaire égale à 1,9, le coefficient de transmission de l'atmosphère égal à 0,85, le pouvoir absorbant de l'argent égal à 0,12. L'énergie absorbée par chaque centimètre carré de la surface du miroir en une seconde vaut

$$Q = \frac{1,9 \times 0,85 \times 0,12}{60\sqrt{2}} = 0,0023$$

petite calorie. Répétant le calcul précédent pour un miroir de verre de 10^{cm} d'épaisseur, nous trouvons

$$\frac{\theta_1 + \theta_2}{2} = 5^\circ,7,$$

$$\theta_1 - \theta_2 = 4^\circ,1.$$

Supposons qu'il s'agisse d'un miroir plan, sous l'effet de cette différence de température, il va devenir convexe. Si $2R$ est son diamètre, sa flèche de courbure vaudra

$$y = \frac{\alpha R^2(\theta_1 - \theta_2)}{2e};$$

pour $2R = 60^{cm}$ on aurait ici une flèche d'environ 14 microns, qui entraînerait un énorme astigmatisme dans le faisceau obliquement réfléchi. Pour en éviter les effets, on prend soin de n'exposer le miroir au rayonnement solaire qu'un temps très court avant l'observation de telle sorte que la déformation du miroir pendant l'usage n'est qu'une petite fraction de celle qui correspondrait à l'état d'équilibre. D'ailleurs, si l'on prolonge l'exposition, on trouve que la courbure observée, tout en étant très forte, est bien moindre que celle que nous venons de calculer. Cela me paraît tenir d'abord à l'effet du vent (les miroirs de cœlostat sont le plus souvent en plein air), dont l'effet est d'augmenter beaucoup la valeur du coefficient K, et aussi à ce que toute l'énergie rayonnante n'est pas absorbée à la surface même du disque : l'argenture n'est pas parfaitement opaque. A la limite, si le disque de verre poli sur ses deux faces n'est pas argenté, la courbure qu'il prend est très faible ; elle peut même être du signe opposé, concave au lieu de convexe. Cette particularité, connue depuis fort longtemps [1], me paraît bien facile à expliquer. On l'observe lorsqu'un miroir non argenté est placé dans un barillet clos dont le fond absorbe la chaleur

[1] *Voir* Arago, *Astronomie populaire*, t. IV, p. 785.

transmise par le verre et en renvoie par convection une partie à sa face postérieure. Hormis cet effet attribuable à la monture, j'ai trouvé qu'un miroir de verre mince non argenté, dont le dos est dépoli, devient légèrement concave au Soleil.

C. En raison du changement incessant de la température de l'air et de la complexité des mécanismes par lesquels se font les échanges de chaleur entre le miroir et les objets environnants, on ne peut songer à étudier ces échanges par le calcul qu'en posant pour simplifier des hypothèses arbitraires. Je me contenterai d'examiner brièvement deux aspects particulièrement simples de cette question, pour lesquels la solution est évidente ou facile à obtenir par l'expérience. Les résultats indiqueront nettement les conditions qu'il faut chercher à réaliser pour que les inconvénients pratiques des effets de la chaleur sur les miroirs soient les plus petits possibles.

Les observations météorologiques faites à Forcalquier (Basses-Alpes) montrent que, par une nuit claire entre 20^h et 4^h, la température de l'air s'abaisse en moyenne de $0^\circ,75$ par heure en été et de $0^\circ,33$ par heure en hiver [*voir* à ce sujet l'étude climatologique de M. A. Danjon (13)]. Dans une coupole d'observation la chute est un peu plus rapide parce que la coupole, chauffée par le Soleil pendant le jour, est plus chaude que l'air, le soir, et un peu plus froide, au contraire, le matin. Les pièces métalliques d'un télescope ont le plus souvent une faible capacité calorifique et une grande surface d'émission; aussi leur température diffère-t-elle peu de celle de l'air. La différence n'est sensible que pour les épaisses pièces de fonderie; leur emploi doit donc être évité le plus possible, surtout au voisinage du faisceau lumineux reçu par l'instrument. En général, c'est le miroir lui-même qui présente la plus grande inertie thermique. Dans ce qui suit, nous supposerons que la température de l'air et des objets placés au voisinage du miroir est la même, et qu'elle s'abaisse uniformément à raison de un degré par heure.

Considérons un miroir formant un mur indéfini d'épaisseur e; soient δ la densité de la matière dont il est fait, c sa chaleur spécifique, K le coefficient d'échange défini plus haut, θ l'excès de la température des surfaces du disque sur celles de l'air. L'excès θ

tend vers une valeur fixe θ_0 que nous allons calculer : à l'équilibre le miroir perd par seconde une quantité de chaleur Δq telle que sa température moyenne s'abaisse à la même vitesse que la température ambiante. On a évidemment

$$\Delta q = \frac{e}{2} \cdot \delta . c . \Delta\theta$$

avec

$$\Delta\theta = 1 : 3600,$$

d'où

$$\theta_0 = \frac{1}{7200} \cdot \frac{e . \delta . c}{K},$$

pour le verre on a $\delta = 2,5$; $c = 0,185$; dans l'air calme, $K = 0,00020$,

$$\theta_0 = 0,32\,e.$$

Voici quelques exemples concrets :

TABLEAU IX.

Miroirs.	Diamètre.	Épaisseur.	Excès stable.
	cm	cm	°
N° 20.....	18,6	2,53	0,8
N° 39.....	81	7,6	2,4
Projet.....	192	15,1	4,8
Mont Wilson....	152	18,45	5,9
Victoria.....	185	29,3	9,4
Mont Wilson....	256	30,8	9,9

Les observations que j'ai pu faire, ou qui m'ont été communiquées jusqu'à présent, indiquent qu'on n'a pas à se préoccuper de l'écart stable θ_0 entre la température du miroir et celle de l'air tant qu'il n'excède pas 0°,5 à 1°. C'est ce qui a lieu pour un miroir de 4^{cm} d'épaisseur lorsque la température extérieure s'abaisse de 0°,6 par heure. Pour des épaisseurs plus grandes, les courants d'air chaud qui s'élèvent du miroir sur le trajet du faisceau commencent à être nuisibles. On s'efforce de réduire l'excès initial de la température du miroir sur celle de l'air en enfermant l'instrument pendant le jour dans une enveloppe isolante qui réduit son échauffement et même en maintenant cette enceinte à une température voisine de celle de la nuit au moyen d'un appareil frigorifique. Cela ne doit pas empêcher, il me semble, de

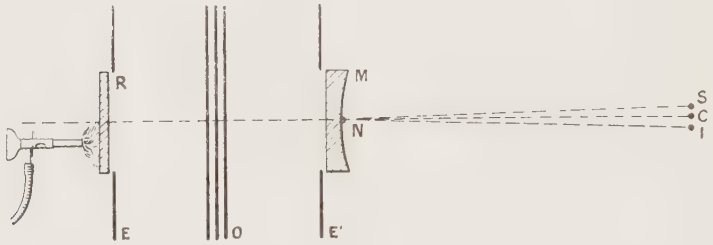
chercher à réduire l'écart final stable θ_0. Le seul moyen pratique est d'activer artificiellement au moyen de ventilateurs la circulation de l'air autour du miroir pendant tout le cours de la nuit.

Supposons que le régime stable que nous venons de définir puisse être atteint, on n'aurait à considérer que l'agitation thermique de l'air, mais la forme même du miroir ne changerait pas. A part l'effet de la dilatation d'ensemble examinée plus haut (A), on n'observerait pas de variation de courbure puisque le régime envisagé implique que les différences des températures de toutes les parties du système sont constantes dans le temps. En fait, il n'en est pas ainsi. Comme le montrent les courbes reproduites dans le Mémoire cité (13), la température s'abaisse plus vite à la tombée du jour qu'au cours de la nuit. Imaginons que la vitesse de refroidissement de l'air passe brusquement d'une certaine valeur constante à une autre plus faible. En raison de l'inégalité des échanges sur les deux faces du miroir, à chacun de ces états correspond une certaine valeur du gradient de température dans l'intérieur du disque et par conséquent une certaine courbure. Il est avantageux que ce passage s'effectue rapidement afin que le nouvel équilibre soit atteint et que le foyer se fixe le plus tôt possible. La vitesse avec laquelle se modifie la répartition de la température à l'intérieur du disque dépend évidemment de la conductivité thermique et de la chaleur spécifique de la matière dont il est formé. Elle dépend aussi de l'épaisseur du disque; les observations suivantes vont montrer comment.

Le dispositif expérimental que j'ai employé est représenté schématiquement par la figure 43. Il rappelle certaines expériences de W. Herschel. Un miroir concave M est placé verticalement sur un support qui laisse ses deux faces entièrement découvertes. Près de son centre de courbure C est une source S dont l'image I est reçue dans un oculaire, ou étudiée par la méthode de la lame de couteau. Le dos du miroir est enduit d'un vernis noir. A quelque distance en arrière est placé un radiateur R, plaque de fonte chauffée par un brûleur à gaz. Des écrans E et E′ de grandes dimensions, convenablement percés, laissent arriver sur le miroir le rayonnement de l'appareil de chauffage et arrêtent les courants d'air chaud nuisibles aux observations. O est une sorte d'obturateur qu'on peut introduire sur le trajet des rayons calorifiques, ou

ôter instantanément; il est constitué par trois feuilles de carton épais séparées les unes des autres par une couche d'air. Le brûleur étant allumé, on attend assez longtemps pour que sa température

Fig. 43.



se stabilise. L'efficacité de l'obturateur O se vérifie en mesurant fréquemment l'abscisse de l'image I sur la droite NI : elle ne doit pas changer sensiblement.

Découvrons subitement le radiateur; aussitôt l'image se rapproche du miroir, d'abord vite, puis lentement. Au bout de quelques minutes, ou de quelques dizaines de minutes, elle devient fixe. Interceptons le faisceau de chaleur; l'image s'éloigne du miroir, d'abord vite, puis lentement et retourne à sa position stable initiale. Il est aisé de mesurer, au moyen de la lame de couteau, la position de l'image à des instants connus, par exemple de minute en minute, à moins d'un dixième de millimètre près.

Dans l'état initial, la température est uniforme à l'intérieur du verre. Dans le second état d'équilibre, la température décroît linéairement entre le dos et la surface avant du miroir. Pour connaître, au moins qualitativement, comment varie la température, à l'intérieur du verre, pendant les états intermédiaires, on peut examiner par une méthode polariscopique la répartition des tensions. Cette observation a été faite et décrite très soigneusement par Brewster [1] en 1816.

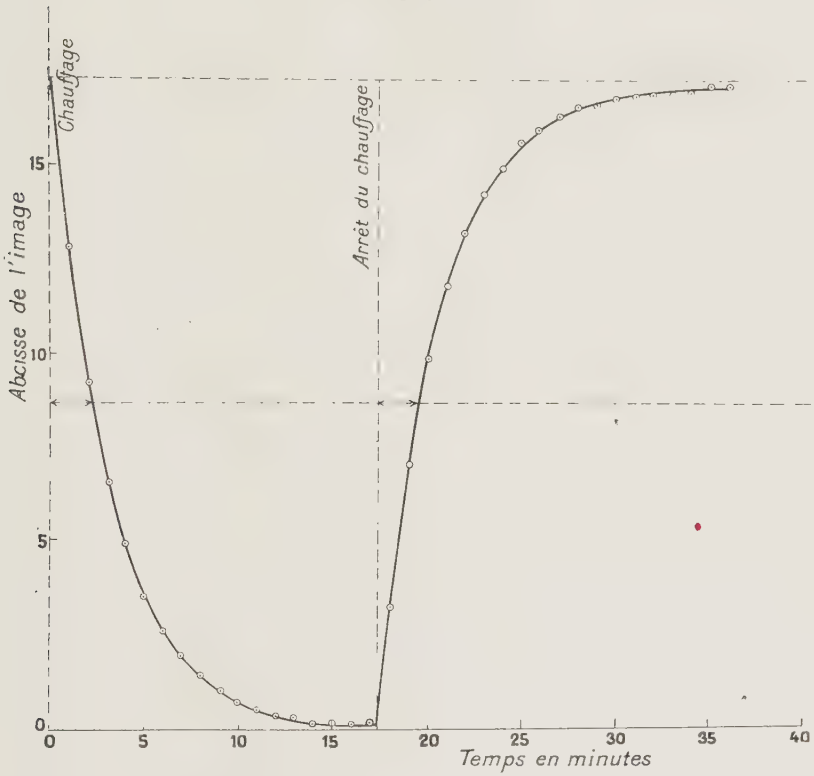
J'ai vérifié que pendant le chauffage le verre est comprimé au voisinage des deux faces du miroir et soumis à une tension dans la région intermédiaire. Les trois plages sont séparées par des plans

---

[1] Voir l'*Optique* de J. Herschell. Traduction Werhulst et Quételet, I. II, p. 260, art. 1096.

neutres, obscurs entre nicols croisés. Au début du chauffage, la région comprimée située du côté du dos est extrêmement mince; elle s'élargit ensuite. A l'état d'équilibre, les tensions sont très faibles, preuve que la température varie de façon sensiblement proportionnelle à la distance aux faces. Dans le retour au régime initial, qui suit l'arrêt du chauffage, les tensions restent assez

Fig. 44.



faibles, leur répartition est plus compliquée : elle me semble dépendre de l'épaisseur du verre et aussi de l'excès de la température moyenne à laquelle on l'a porté sur celle de l'air.

Voici, à titre d'exemple, la description d'une expérience. Le miroir (n° **23**) avait 23^{cm} de diamètre, $3^{cm},25$ d'épaisseur et $2^{m},77$ de rayon de courbure. Le radiateur, de 15^{cm} de diamètre, étant situé à 507^{mm} de sa face dorsale. J'ai porté en abscisses (*fig.* 44)

le temps compté en minutes à partir de l'instant de l'ouverture de l'obturateur, et en ordonnées l'abscisse de l'image, lue en millimètres sur la vis micrométrique qui commande le mouvement longitudinal du couteau. La différence de ces abscisses entre les deux états d'équilibre vaut $17^{mm},3$.

L'examen de la courbe obtenue et d'une vingtaine d'autres conduit aux conclusions suivantes : 1° le mouvement de l'image commence sans aucun retard à l'ouverture ou à la fermeture de l'obturateur et il a à ce moment sa plus grande vitesse : il n'y a pas de période de démarrage; 2° le passage d'une position d'équilibre à l'autre se fait suivant une loi exponentielle, la moitié du déplacement est réalisée dans un temps qui, pour le miroir considéré, vaut $T = 2,10$ minutes; 3° si l'on fait varier l'intensité du chauffage en plaçant le radiateur plus près ou plus loin avant l'expérience, on trouve que le déplacement de l'image, à l'équilibre, est proportionnel à l'angle solide sous lequel le radiateur est vu du centre de la face postérieure du miroir, mais l'intervalle de temps T reste exactement le même; 4° en opérant sur des miroirs faits du même verre (glace de Saint-Gobain) mais d'épaisseurs différentes, j'ai cherché comment varie la constante de temps T, exprimée en minutes, en fonction de l'épaisseur e, en centimètres. J'ai trouvé la relation empirique suivante :

$$\log_{10} T = + 0,656 + 1,908 \log_{10} e. \tag{20}$$

Voici un tableau qui résume ces mesures et permet de comparer leur résultat à celui que donne la formule (20). J'y ai introduit la valeur de la constante du temps calculée pour divers grands miroirs :

Tableau X.

Mont Wilson.	Diamètre.	Épaisseur.	T observé.	T calculé.
	cm	cm	min	min
N° 4.....	14,4	2,35	1,23	1,42
N° 23.....	23	3,25	2,10	2,10
–	39	6,79	8,57	8,52
N° 17.....	52,5	11,20	22,20	22,28
N° 39.....	81	7,6	–	10,6
Projet.....	192	15,1	–	39,3
Mont Wilson...	152	18,45	–	57,4
Victoria.....	185	29,3	–	139
Mont Wilson...	256	30,8	–	154

On voit combien il est avantageux que l'épaisseur du miroir soit la plus réduite possible : quand elle dépasse une quinzaine de centimètres, le miroir ne peut pas atteindre pratiquement un état d'équilibre au cours d'une séance d'observation.

21. La description des effets d'un changement de la température sur un télescope nous a montré (§ 19) qu'en plus des variations de la distance focale, il apparaît un défaut optique analogue à l'aberration de sphéricité. Par rapport à la sphère osculatrice, les bords de l'onde lumineuse ont une avance ou un retard. Ce phénomène s'observe sur tous les grands instruments; il est désigné par les astronomes américains sous le nom d' « effet de bord » (edge effect). D'un télescope à l'autre, son importance est très variable, et même il ne se présente pas nécessairement avec le même signe, dans des conditions thermiques analogues. G. W. Ritchey indique (26) que les bords du miroir sont en retard (surcorrection) lorsque la température s'abaisse, comme dans l'observation que j'ai décrite plus haut. W. H. Wright (29) a observé au contraire une sous-correction au début de la nuit (bord relevé).

La largeur de la zone, où l'effet est assez marqué pour qu'on soit obligé d'éliminer par un diaphragme les rayons qui en proviennent, croît très vite avec les dimensions du miroir. « De quelques centimètres pour une ouverture de l'ordre d'un mètre » dit Ritchey (*op. cit.*), « elle passe à quelques décimètres dans le cas du miroir de $2^{m},50$. » On voit que ce phénomène peut réduire dans une proportion très importante la puissance effective des grands instruments.

Quelle est son origine? J'ai d'abord cru que la température reste toujours pratiquement uniforme dans un plan de front du disque de verre, autrement dit que les surfaces isothermes restent des plans parallèles à la surface optique, et j'ai supposé que l'effet de bord devait être dû à un effet thermo-élastique dont voici le schéma. Imaginons que la variation de la température intérieure du disque ne soit pas linéaire selon son épaisseur, mais comporte un gradient plus élevé au voisinage de la surface réfléchissante. Il existe des tensions internes, mais la distribution et l'effet de ces tensions doivent être différents dans la région centrale du disque

et près de son bord. Dans le premier cas, par raison de symétrie, il ne peut exister de déplacement élastique perpendiculaire à l'axe optique. Au bord même, au contraire, rien n'empêche ces déplacements de se produire et la courbure y est nécessairement différente de celle qu'on pourrait calculer dans l'hypothèse d'un mur indéfini. Ainsi, supposé que la température soit uniforme dans tout plan de front, si le gradient de température n'est pas constant selon l'épaisseur, la courbure thermique du miroir doit varier du centre au bord.

Cette hypothèse est aussi celle qui s'est présentée à l'esprit de W. H. Wright (*op. cit.*, p. 38). J'ai cherché à la vérifier en répétant l'expérience de la figure 43. Pour rendre les échanges thermiques aussi uniformes qu'il est possible sur toute la surface du disque, face et dos, j'ai muni le miroir de 23^{cm} de diamètre et de $2^{cm},25$ d'épaisseur que j'utilisais d'un anneau de garde extérieur, qui n'était autre chose que la chute obtenue lors du découpage de ce disque dans le plateau plus grand dont je l'ai tiré. Le diamètre extérieur de l'anneau était $33^{cm},2$. Le petit intervalle qui existait entre le miroir et l'anneau était rempli d'ouate. Même avec un chauffage très énergique, un examen fait dans d'excellentes conditions de sensibilité ne m'a pas permis d'observer le moindre effet de bord ([1]). J'ai recommencé l'expérience avec un miroir beaucoup plus épais (n° 17, Tableau VII; diamètre 53^{cm}, épaisseur $11^{cm},2$), dont la tranche était calorifugée par plusieurs couches de flanelle. J'ai bien observé un faible effet dans le sens prévu (bord rabattu), mais comme cette apparence subsistait à l'état d'équilibre, je l'ai attribué au fait que le radiateur, placé trop près, chauffait évidemment moins les bords que le centre. Si l'on éloigne la source de chaleur (en élevant, pour compenser, sa température), le bord rabattu est très atténué. Même lorsque la courbure du miroir est bien plus forte que celle qu'on observe à l'usage, dans les télescopes, l'effet de bord est assez faible pour n'être pas nuisible aux images : il n'est décelable qu'à l'examen de Foucault.

J'ai conclu que l'hypothèse formulée plus haut est fausse, ou du

---

([1]) En l'absence de l'anneau de garde, un très léger effet est observable, sur une zone de 1^{cm} de largeur, au début du chauffage (bord rabattu).

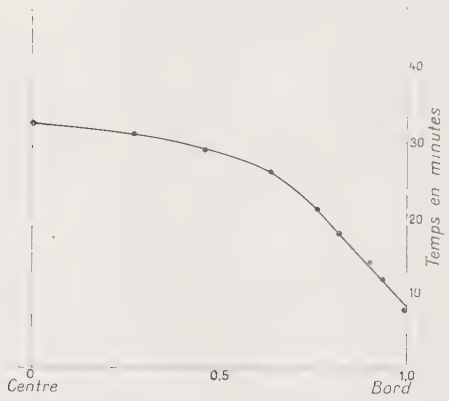
moins ne peut rendre compte que d'une petite fraction des effets observés.

Il est vraisemblable de supposer que l'effet de bord est principalement dû au fait que les surfaces isothermes sont non pas des plans parallèles à la face du disque, mais des surfaces courbes de révolution autour de l'axe de figure du miroir. Il est évidemment faux d'assimiler un miroir à un mur conducteur indéfini. Comme son épaisseur n'est pas négligeable devant son diamètre, la surface de sa tranche est le lieu d'échanges de chaleur appréciables. Il semble qu'on pourrait les réduire en recouvrant cette surface cylindrique d'une garniture calorifuge, en flanelle, par exemple, qui ne comporterait que les solutions de continuité juste suffisantes pour permettre le contact du miroir avec les cales qui le maintiennent latéralement. D'autre part, le barillet métallique qui contient le miroir et les dispositifs qui compensent les flexions est le plus souvent une pièce de fonderie très lourde dont la capacité calorifique est considérable; mais ce serait évidemment un grand hasard qu'elle joue précisément le rôle d'un anneau de garde régulier, comme dans l'expérience que j'ai rapportée. Il paraît convenable de donner au barillet toute la légèreté compatible avec la rigidité qu'on exige de lui. On se réservera de régler empiriquement la vitesse de son refroidissement nocturne pour l'adapter à celle du miroir, en garnissant sa surface extérieure d'un revêtement isolant plus ou moins épais.

Enfin l'activité naturelle des courants de convection n'est pas la même en tous les points de la surface du miroir; les déplacements de l'air sont guidés par la forme des solides entre lesquels il doit se mouvoir. L'expérience suivante paraît indiquer que ce dernier fait pourrait bien être la cause principale de l'effet de bord. J'ai laissé séjourner quelques heures à l'extérieur (température $+4^{\circ}$) un miroir de verre non argenté (n° 20 : diamètre $18^{cm},6$, épaisseur $2^{cm},53$) puis je l'ai porté rapidement dans un appartement chauffé à 22° et posé à plat au milieu d'une table : la surface s'est immédiatement couverte de buée. J'ai déterminé à ce moment le point de rosée de l'air de la pièce, relativement à une surface de verre, et l'ai trouvé à 13°. La rosée disparaît en premier lieu au bord du disque, montrant ainsi qu'il se réchauffe plus rapidement que le centre. Le graphique de la figure 45 indique en fonction du

temps, compté en minutes, le diamètre de la tache de rosée, celui du disque étant pris pour unité. On connaît ainsi le temps nécessaire pour que l'écart de température en chaque point de la surface soit réduit à la moitié de sa valeur initiale. Il est assez étonnant de constater que ce temps est presque quatre fois plus grand pour le centre que pour le bord. Si l'on répète l'expérience en liant autour du disque une bande de papier fort, de telle sorte que la surface du miroir forme le fond d'un tube cylindrique d'une hauteur égale à son diamètre, le phénomène précédent est profondément

Fig. 45.



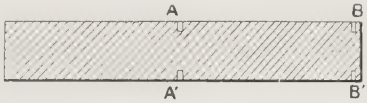
modifié. La rosée disparaît d'abord sur une zone extrêmement étroite au bord, puis après un certain temps, sur toute la surface presque simultanément. La forme du tube d'un télescope — tube clos, ou tube à claire-voie — doit donc avoir une influence importante dans la formation des aberrations d'origine thermique.

Comme il est impossible de prévoir *a priori* l'effet des diverses causes que nous venons d'énumérer, il est sage d'introduire dans la construction d'un télescope des dispositifs qui permettent de modifier à volonté dans une large mesure tout ce qui peut influer sur la répartition de la température. Activer la circulation de l'air au moyen de petits ventilateurs électriques paraît être le moyen le plus efficace d'accélérer les échanges thermiques et par conséquent de réduire les différences de température entre chaque point du miroir et l'air environnant. Il convient de les mettre en marche aussitôt que la température de l'air s'est abaissée au-dessous de

celle du miroir, ce qui a lieu en général à la fin de l'après-midi. Mais l'effet de ces ventilateurs doit être réglé au moyen d'écrans et d'enveloppes calorifuges qui permettent d'égaliser empiriquement les échanges thermiques sur toute l'étendue des deux surfaces du disque. Pour cela, il faudrait munir le miroir d'appareils thermométriques qui puisse indiquer à chaque instant les inégalités de température qui se produisent dans sa masse. Il est facile de creuser sur ses deux faces de petites cavités cylindriques ayant par exemple $0^{mm},7$ de diamètre et 3^{mm} de profondeur, et de loger en permanence dans chacune d'elles une des soudures d'un couple thermo-électrique, qu'on y fera tenir à l'aide de petites chevilles de bois ([1]).

L'ensemble serait disposé de manière qu'on puisse mesurer la différence de température entre des points tels que A et A′ (*fig.* 46), dont dépend la courbure du miroir; de même, on

Fig. 46.



mesurerait la différence des températures entre A et C, A′ et C′, qui sont liées à l'effet de bord. Ces mesures permettront, beaucoup plus facilement que la seule observation des images, de choisir la disposition des enveloppes calorifuges et celles des ventilateurs qui permettra d'atténuer les déformations du miroir.

22. Comme le montre l'observation rapportée au paragraphe **19**, l'air chaud qui s'élève au-dessus de toutes les pièces massives d'un instrument soumis au refroidissement nocturne, en formant des remous, est une cause très grave d'altération des images.

J'ai cherché à étudier ce phénomène à loisir, en le séparant des troubles atmosphériques proprement dits. Pour cela, j'ai transporté rapidement un objectif de 38^{cm} de diamètre, et de $8^{m},30$ de longueur focale, d'une coupole où la température était $+5^{\circ}$ dans

---

([1]) Le couple cuivre-constantan qui est composé de métaux pratiquement inoxydables et donne environ 40 microvolts par degré paraît convenable.

un laboratoire où l'air est maintenu à une température très constante de 18°, et je l'ai placé en position d'auto-collimation devant un miroir plan. Les déformations qu'un changement brusque de température impose à un objectif affectent beaucoup moins les images que s'il s'agissait d'un miroir, car il modifie peu la longueur optique du trajet des rayons transmis. Seul l'effet des courants d'air froid était visible, et il était considérable. L'image d'une source ponctuelle semblait une flamme irrégulière et mouvante de plusieurs secondes de diamètre. A l'essai de Foucault, les courants d'air froid qui descendaient le long du verre et tombaient devant lui, de la partie supérieure de son lourd barillet de fonte, revêtaient l'aspect de volutes noires ou brillantes, dont le contraste est devenu plus faible avec le temps, mais qui étaient encore perceptibles après deux heures.

Pendant ce temps, l'image a passé par une suite d'aspects qui reproduisent fidèlement les altérations caractéristiques de l'agitation atmosphérique proprement dite. Cette ressemblance explique que beaucoup d'observateurs ne distinguent pas suffisamment les perturbations qui ont leur siège dans l'instrument même, de celles qui produisent la scintillation des étoiles. Je pense qu'on sous-estime, d'ordinaire, l'importance des premières, parce qu'on attribue à tort leur effet aux troubles de la haute atmosphère; en voici la raison. Otons l'oculaire d'une lunette et recevons sur la pupille de l'œil le faisceau qui provient d'une étoile brillante. Dans ces conditions, on voit se peindre sur l'objectif des bandes inégalement lumineuses parfois colorées, en mouvement rapide, qui dénoncent les défauts optiques lointains; mais on ne voit pas les remous qui se produisent dans l'instrument, à moins que leur importance ne soit énorme. Il est bien facile de comprendre pourquoi un procédé qui convient bien à déceler une déviation des rayons lumineux qui se produit à quelques kilomètres de l'observateur est incapable de révéler des défauts d'une importance angulaire comparable, lorsqu'ils ont leur origine à quelques mètres seulement de l'œil. Dans le premier cas, une aberration angulaire de quelques secondes d'arc déplace latéralement les rayons d'un ou deux décimètres; il en résulte des inégalités d'éclairement du miroir : ce sont les « ombres volantes ». Dans l'autre cas, la déviation linéaire transversale qui correspond

à un même écart angulaire est seulement de l'ordre des centièmes de millimètre : il n'empêche pas les rayons d'être reçus par l'œil, et corrélativement la brillance du miroir paraît uniforme.

Pour apercevoir les remous aériens rapprochés, il faut faire usage de la lame de couteau de Foucault. Il suffit même, employant un oculaire, de mettre au point un peu en deçà ou au delà du foyer. Les lents courants, plus ou moins tourbillonnaires, qu'on aperçoit ainsi, ont un aspect très différent de celui des ombres volantes : ils ont leur siège dans l'instrument même ou dans son voisinage immédiat.

L'effet de ces remous est parfaitement irrégulier et ils affectent les images (au moins statistiquement) d'une façon égale dans tous les azimuts. Outre leur effet, ou à leur place, on observe quelquefois des aberrations d'un caractère systématique imitant les défauts optiques que peut présenter un objectif, l'astigmatisme notamment. A ma connaissance, cela se voit uniquement dans les réfracteurs, qui sont toujours pourvus d'un long tube métallique fermé. Cette aberration peut être assez facilement distinguée des effets de la flexion des objectifs, qui, lorsque les verres sont correctement montés, n'introduisent que des défauts à symétrie ternaire. On peut imaginer qu'il puisse se former, dans un espace clos, un équilibre thermique stable, comportant une répartition des densités et des indices de réfraction capable de produire de l'astigmatisme. Je ne crois pas qu'on ait jamais observé ce phénomène dans un télescope à réflexion, dont le tube est court et ouvert.

On a naturellement cherché à réduire l'importance des courants d'air chaud qui se développent autour de toutes les pièces massives d'un instrument pendant la nuit en diminuant l'élévation de leur température pendant le jour. Pour cela, on a muni un grand nombre de coupoles de revêtement intérieur en bois : tous ceux qui y ont pénétré par un bel après-midi d'été savent à quel degré ce moyen est inefficace. Il est meilleur de protéger extérieurement le dôme métallique sous une enveloppe de toile, disposée de manière que l'air puisse circuler librement entre les deux; mais cette sorte de tente est de peu de durée et l'on ne peut songer à l'employer là où souffle le mistral. Le mieux est d'entretenir en très bon état la peinture blanche de la coupole et d'empêcher par une ventilation énergique, ou peut-être même un arrosage perma-

nent, sa température de s'élever trop au-dessus de celle de l'air.

G. W. Ritchey conseille de recouvrir le télescope tout entier, quand il ne sert pas, d'un abri isolant fait d'épaisses couvertures, qu'il appelle « canopy » (baldaquin); mais cet appareil n'est pas suffisant, et l'on est obligé d'y enfermer avec l'instrument une installation frigorifique. Je pense qu'il serait aussi efficace et plus simple de se contenter d'envelopper extérieurement le barillet du miroir dans un édredon et d'en placer un autre sur le couvercle qui protège sa surface; enfin de recouvrir chacune des grosses pièces métalliques de l'instrument d'un revêtement isolant permanent, fait de bourre de laine recouverte de toile peinte. Cette enveloppe n'empêche pas complètement l'échauffement pendant le jour, mais sa surface extérieure se refroidit extrêmement vite et, dès lors, ne cède plus que très peu de chaleur à l'air environnant. Ce moyen m'est suggéré par l'usage de télescopes dont presque toute la monture est faite en poutrelles de bois : cette substance mauvaise conductrice ne donne lieu qu'à un très faible dégagement d'air chaud, comme le montre bien l'examen à la lame de couteau.

Pour la construction du télescope de Forcalquier, j'ai choisi provisoirement une autre solution. Elle consiste à laisser nues toutes les pièces métalliques, mais à détourner l'air chaud qui s'en dégage du trajet des rayons lumineux, en munissant le télescope d'un tube à parois pleines, fait de matériaux légers et isolants. Il consiste en une garniture de feuilles de bois mince contreplaqué, placé à l'intérieur de la charpente de poutrelles d'acier qui constitue l'armature rigide du télescope.

Avec ce dispositif, seul l'air chaud qui provient de la surface du miroir elle-même peut passer sur le trajet des rayons. Mais l'agitation forcée de l'air produite par les ventilateurs qui serviront à accélérer le refroidissement du miroir est bien moins nuisible aux images, comme l'expérience l'a montré, que les courants de convection spontanés. Cet effet favorable n'est pas dû au refroidissement du miroir même, car il se manifeste instantanément lorsque commence la ventilation artificielle : il semble que l'air s'échauffe beaucoup moins dans un passage accéléré près de la surface, bien que la perte de chaleur du miroir soit plus rapide. Plusieurs observateurs ont décrit les avantages de la ventilation forcée, mais il ne semble pas qu'ils aient réussi à convaincre la

majorité des astronomes. L'observation faite au laboratoire m'a paru saisissante.

J'espère être en mesure de développer des conclusions plus précises et plus détaillées sur tout ce qui concerne les effets thermiques lorsque j'aurai pu étudier de façon approfondie les propriétés du télescope de 80^{cm} de Forcalquier. J'ai seulement exposé ici les observations qui m'ont guidées dans sa construction.

23. On construisait autrefois les miroirs de télescope en un alliage de cuivre et d'étain correspondant sensiblement à la formule $SnCu^4$ (cuivre 683, étain 317). Depuis les travaux de Foucault, on emploie à peu près exclusivement des disques de verre argentés sur leur face antérieure.

A cette substitution, les télescopes ont gagné en clarté; pour deux réflexions, l'intensité de la lumière est plus que doublée. La couche d'argent se ternit à l'air beaucoup plus vite que le bronze, mais on peut la renouveler aussi souvent qu'il est nécessaire sans altérer la forme de la surface. Enfin, comme nous l'avons vu au paragraphe 8, à épaisseur égale, un disque de verre est 3,2 fois plus rigide qu'un disque de bronze; à rigidité égale, il pèse 6,2 fois moins.

L'acier inoxydable a sensiblement le même pouvoir réflecteur que le bronze blanc, sa rigidité est supérieure et sensiblement égale à celle du verre pour la même épaisseur, mais le poids est 3,1 fois plus grand.

Les miroirs de métal ont un avantage considérable sur ceux de verre à l'égard des déformations d'origine thermique. En raison de leur conductivité plus élevée, les différences de température qui peuvent exister entre leurs différents points sont beaucoup moindres. Pour comparer à cet égard les divers matériaux qu'on peut utiliser à la fabrication des miroirs, je donne dans le Tableau XI les valeurs numériques de la densité δ, de la chaleur spécifique c et de la conductivité calorifique m de diverses substances. On sait que toutes les équations différentielles relatives à la propagation de la chaleur en régime variable comportent le coefficient $m : \delta c$. Imaginons qu'on soumette plusieurs disques de mêmes dimensions, faits de différentes matières, à un même changement brusque des conditions thermiques extérieures à l'instant t_0. Les différences

de température qui subsisteront dans leur intérieur à une certaine époque postérieure t varient évidemment dans le même sens que la quantité $\delta c : m$. Et les grandeurs qui présenteront à l'époque t les déformations résiduelles se rangent dans le même ordre que la quantité $\alpha\, dc : m$, où α est le coefficient de dilatation linéaire. J'ai porté la valeur numérique de cette dernière expression dans le tableau.

TABLEAU XI.

	δ.	c.	m.	$\alpha.10^6$.	$\frac{\alpha.\delta.c}{m}.10^5$.
Verre à miroirs.....	2,50	0,19	0,0018	7,5	197
Verre Pyrex.....	2,3	0,18	0,005	3	25
Quartz fondu.....	2,20	0,17	0,016	0,40	0,93
Bronze des miroirs....	8,6	0,079	0,20	18,6	6,3
Acier.....	7,8	0,109	0,20	11	4,7
Fonte grise.....	7,3	0,13	0,15	11	7,0
Cuivre rouge.....	8,9	0,091	0,4 env.	16	3,3

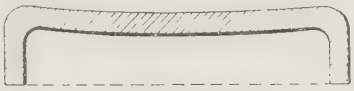
On voit que le quartz fondu est la substance dont les déformations thermiques sont les plus faibles. M. Arnulf les a comparées directement à celles du verre et ses observations mettent en évidence l'avantage considérable du quartz sur le verre ordinaire. Obtenir de grands disques de quartz fondu est un problème technique difficile qui, à l'heure actuelle, n'est pas résolu, et les disques de dimensions moyennes qu'on fabrique actuellement sont d'un prix presque prohibitif.

J'ai eu l'occasion de fabriquer un miroir en Pyrex, matière bien préférable au verre ordinaire. Voici le compte rendu de cette expérience (10). J'ai pensé qu'il serait de peu d'intérêt de réduire les déformations thermiques si l'on n'atténuait pas en même temps les courants de convection dus à la chaleur conservée par le miroir, et j'ai profité de la facilité relative avec laquelle le Pyrex peut être moulé, en choisissant une forme qui assure au miroir une rigidité égale à celle des disques massifs généralement employés, avec un poids bien moindre.

La matière première du modèle d'essai que j'ai réalisé est un vase cylindrique de forme très basse; son diamètre est 19^{cm}, sa hauteur totale, $4^{cm},5$. Les parois latérales ont $1^{cm},3$ d'épaisseur; la face extérieure du fond, épaisse seulement de $0^{cm},8$, a reçu sans

difficulté le travail optique qui en a fait un paraboloïde de $1^m,36$ de foyer. Le miroir, représenté en coupe par la figure 47, consiste donc en un disque très mince renforcé au bord par un anneau étroit et très épais. C'est la base de cet anneau, qui repose sur le support, constitué par trois appuis équidistants. L'expérience m'a montré que la flexion de ce miroir entre ses appuis n'était pas décelable, et cependant son poids n'est que le tiers de celui du

Fig. 47.



disque plein qui présenterait une rigidité suffisante. Il y a lieu de considérer, outre la flexion à symétrie ternaire de l'anneau qui forme le pourtour du miroir, la flexion de révolution du fond très mince soutenu par cet anneau. Employant les notations du Chapitre I, nous considérons séparément le terme en ξ^2 qui représente une courbure et le terme en ξ^4 dont dépend l'aberration de sphéricité. Il est évident que le fond ne peut pas être considéré comme simplement appuyé sur le bord : il y a encastrement, mais non pas encastrement parfait. Je ne développerai pas le calcul et je me contenterai d'indiquer son résultat. Comme on ignore dans quelle mesure les bords du disque mince doivent être considérés comme encastrés par suite de sa liaison avec l'anneau, on ne peut assigner au terme en ξ^2 que deux limites, qui sont dans le rapport de 1 à 4 environ : ici le changement de foyer serait de l'ordre du dixième de millimètre seulement; la qualité défectueuse des images stellaires près de l'horizon ne m'a pas permis de l'observer directement. Le terme en ξ^4, au contraire, est indépendant de l'encastrement; il correspond ici à une surcorrection sphérique d'un vingtième d'onde lorsque l'axe du miroir est vertical; une aberration si petite est tout à fait négligeable. L'essai sur le ciel d'un télescope construit en poutrelles de bois, muni de ce miroir, m'a donné des résultats assez remarquables : grâce à la faible masse du disque et à la faible dilatation du Pyrex, je n'ai pu observer aucune déformation en transportant rapidement l'instrument d'une pièce chauffée, en plein air, pendant des nuits d'hiver. Les quelques minutes néces-

saires à monter et à pointer le télescope ont toujours suffi pour que les déformations et les courants de convection qui accompagnent un changement de température de 20° soient tombés au-dessous de ce qu'on peut déceler.

Indépendamment des qualités propres au verre Pyrex, cette forme particulière qui donne au miroir l'aspect d'un tambourin me paraît présenter des avantages très marqués sur celle d'un disque plein. La rigidité relativement grande du bord diminue la flexion festonnée entre les appuis et permet de simplifier beaucoup la contruction du compensateur de flexion. L'épaisseur e qu'il convient de donner au fond d'un miroir en tambourin de diamètre 2R se calcule à l'aide des formules du Chapitre II (§ 15, A et B). S'il s'agit d'un miroir parabolique, on peut se passer du support central tant qu'on a

$$\frac{R^4}{e^2} \leqq 46{,}9 . 10^{-3}$$

ou

$$e \geqq \frac{R^2}{266} .$$

Si le miroir doit être plan, il suffit d'un unique appui au centre pour que la déformation de la surface soit négligeable avec une épaisseur sensiblement égale à la précédente. Pour un miroir de 40^{cm} de diamètre, l'épaisseur pourra donc être de $18^{mm},5$ seulement. Si l'on veut bien se reporter à la formule empirique (20) du paragraphe 20, C, on verra que la moitié de la déformation qui correspond à un changement brusque de régime est acquise après 1,4 minute, si le miroir est en verre ordinaire, et moins encore s'il est fait en Pyrex.

Dans le même ordre d'idées, j'ai fait bien antérieurement (en 1924-1925) des expériences d'une nature toute différente. J'ai essayé de concilier les avantages particuliers aux surfaces de verre argenté avec ceux qui résultent de la grande conductivité calorifique des métaux, en réalisant des miroirs de construction composite. Un disque métallique épais convenablement travaillé est recouvert à chaud d'une mince couche d'émail (verre au plomb facilement fusible). Cette couche a 0,5 à 1^{mm} d'épaisseur ; sa surface extérieure peut être travaillée optiquement et recevoir une argenture, tout comme le verre ordinaire. J'ai pu exécuter ainsi

trois miroirs de 10^{cm} de diamètre et un de 20^{cm}. Un autre miroir de 20^{cm} a été taillé en 1925 dans l'atelier de l'Institut d'Optique, grâce à l'intérêt bienveillant que M. Ch. Fabry a bien voulu porter à ce travail. Voici les remarques que suggèrent ces divers essais.

Le métal que j'ai employé est la fonte, uniquement parce que j'avais la facilité de faire couler avec une grande perfection des pièces de cet alliage. L'acier serait bien préférable, comme je l'ai indiqué au paragraphe 8. Sans doute, l'acier dont la composition est celle de l'eutectique ferrite-cémentite, qui contient 0,85 pour 100 de carbone, est-il celui qui donnerait les plus fortes garanties d'homogénéité. Le cuivre pur, que j'ai aussi essayé, s'émaille mal lorsqu'il n'est pas sous la forme de plaques très minces et très flexibles : son coefficient de dilatation est trop grand et l'émail se détache quelquefois avec brutalité.

L'émaillage a été fait dans deux usines spécialisées dans ce travail, puis dans un atelier parisien qui a des orfèvres pour clients. J'ai fait aussi un grand nombre d'essais à l'Institut de Chimie de l'Université de Strasbourg, dans le laboratoire de M. L. Hackspill. Il est très aisé d'obtenir une adhérence parfaite de la couche vitreuse sur la fonte et l'acier, mais, malgré diverses tentatives je ne suis jamais parvenu à obtenir une couche exempte de bulles et il en résulte que la surface optique est toujours déparée par un grand nombre de « points crevés » qui sont une cause de rayures. Il existe des bulles très fines qui proviennent de l'air initialement enfermé entre les grains de la poudre d'émail solide avant leur fusion. On peut les éviter complètement en employant l'émail en poudre extrêmement fine, qu'on fait déposer sur la surface à recouvrir par sédimentation dans l'eau. On sèche ensuite lentement ce dépôt avant de porter la pièce au four. Dans ces conditions, les intervalles entre les grains sont très petits et les forces capillaires expulsent aisément l'air au moment de la fusion : la couche est parfaitement limpide. Les bulles que je n'ai pas réussi à éliminer se forment au contact du métal et deviennent d'autant plus grosses que le chauffage est plus long, c'est-à-dire, pratiquement, que la pièce est plus épaisse. Elles semblent dues à un dégagement de gaz dissous dans le métal ou produit par une réaction chimique. Les objets emaillés du commerce n'en sont exempts que lorsqu'ils sont minces (pièces d'orfèvrerie) ou bien que l'émail n'a pas été

fondu jusqu'à limpidité complète (vaisselle, appareils sanitaires). J'ai essayé de superposer une couche d'un émail fusible sur une couche moins fusible appliquée d'abord; le résultat était assez bon : la couche supérieure ne contenait pas de bulles, mais comme sa fusibilité était due à un excès d'alcali, elle a été attaquée par l'acide nitrique au premier nettoyage. En résumé, la technique d'un émaillage parfait pour le but proposé est encore à trouver. Les circonstances ne m'ont pas permis de continuer ces recherches, comme l'observation des propriétés optiques des premiers miroirs de ce type que j'ai réalisés incitent à le faire.

J'ai donné à ces miroirs soit la forme en tambourin (que j'ai réalisée depuis lors en Pyrex), soit celle d'une plaque renforcée au dos par des nervures hautes et minces, entre-croisées. Malgré cela, leur poids reste un peu supérieur à celui d'un disque de verre plein de même rigidité. Ce qui est surtout remarquable, c'est l'absence complète de déformations thermiques appréciables dans une masse métallique bonne conductrice de la chaleur. J'ai visé des étoiles ou des sources artificielles au moyen d'une petite lunette, par réflexion oblique sur un miroir émaillé, plan, dont le dos était chauffé sans ménagements par une lampe à alcool. La température était portée à 50 ou 60° en quelques minutes, puis le miroir était abandonné au refroidissement. Dans ces conditions, je n'ai pu observer que l'agitation due aux courants d'air chaud; pendant toute la durée des expériences, l'image restait circulaire et le tirage de mise au point ne variait pas.

CHAPITRE IV.

ÉTUDE DE LA TREMPE DES DISQUES DE VERRE.

SOMMAIRE.

24. Généralités. — 25. Observation et mesure de la biréfringence d'un disque de verre. — 26. Effet optique de la trempe d'un objectif. — 27. Recherche du système de forces internes qui produit la biréfringence observée. — 28. Conséquences d'ordre mécanique.

24. Les grandes masses de verre qui constituent les lentilles et les miroirs employés dans les instruments astronomiques ne sont pas isotropes. Elles présentent une biréfringence plus ou moins importante, variable en grandeur et en direction dans chacune des parties d'un même disque. On sait depuis les travaux de Brewster que cette propriété révèle l'existence de tensions internes, et que ces tensions sont dues au fait que, tandis que le verre se refroidissait, et que se produisait l'accroissement continu de sa viscosité qu'on appelle improprement sa solidification, la température du bloc n'était nécessairement pas uniforme. Comme les tensions internes sont d'autant plus grandes que le refroidissement a été plus rapide, on emploie, par allusion aux traitements thermiques des métaux, le mot de *trempe* pour désigner l'état du verre tendu et biréfringent.

S'il est relativement facile de conduire le recuit des petits blocs de verre dont on tire les pièces d'optique courantes, de manière que leur biréfringence soit faible et négligeable pour la plupart des applications, au contraire la grandeur des disques employés en astronomie accroît les différences de température qui existent entre leurs diverses régions, pendant le refroidissement. La trempe

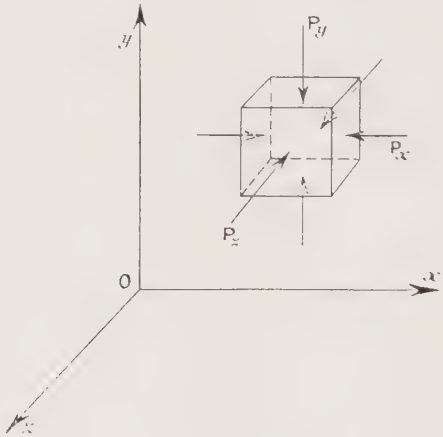
en acquiert une importance qui justifie l'examen qu'on en fait ici.

Cette étude présente deux aspects. Dans le cas d'un objectif, ce sont surtout les conséquences *optiques* de la trempe qui retiennent l'attention : il convient de préciser de quelle manière elle affecte la structure du faisceau lumineux utilisé. Par ailleurs, à partir de la biréfringence observée il est possible de reconstituer au moins dans ses grandes lignes le système des tensions internes ; de l'état *mécanique* du verre on déduira d'utiles avertissements par exemple sur le danger de rupture que présente le percement d'un miroir de télescope Cassegrain et des indications sur les conditions les plus favorables à un bon recuit.

Rappelons d'abord la relation qui existe entre tension et biréfringence (Brewster, Seebeck, Fresnel, Biot, Neumann, Wertheim, Mach, Kerr, Pockels, etc.).

Considérons un parallélépipède de verre dont les cotés dx, dy, dz sont parallèles aux axes de coordonnées Ox, Oy, Oz

Fig. 48.



(*fig.* 48). Supposons que des forces de sens opposé soient uniformément réparties sur les trois paires de faces parallèles. Soient Px, Py, Pz les efforts exercés sur l'unité de surface, considérés comme positifs dans le cas d'une pression, négatifs dans le cas d'une traction. On observe les propriétés d'un faisceau lumineux transmis

parallèlement à Oz. On sait que le bloc de verre supposé initialement isotrope devient biréfringent sous l'action des forces auxquelles il est soumis, les directions privilégiées étant Ox et Oy. Un rayon incident dirigé parallèlement à Oz, polarisé rectilignement se dédouble en deux vibrations, respectivement parallèles à Ox et Oy qui se propagent dans le verre comprimé avec des vitesses inégales. A la sortie de la lame, leur résultante est une vibration elliptique. Les grandeurs des retards des deux ondes sont liées l'une à l'autre par une relation linéaire, établie théoriquement par Neumann. En d'autres termes la moyenne algébrique des deux retards est proportionnelle à leur différence, et le facteur de proportionnalité, qui dépend des propriétés du verre, est en général compris entre 1,5 et 3. Cela rappelé, je ne considérerai pas ici les retards absolus de chacune des deux vibrations, mais seulement leur différence. Voici pourquoi. L'opticien qui exécute une lentille de grandes dimensions guide son travail par l'observation empirique des propriétés du faisceau lumineux qu'elle transmet : si l'essai de Foucault, par exemple, lui révèle un retard de l'onde lumineuse dans une certaine région, il ignore si ce retard provient de ce que l'indice du verre présente une anomalie par excès, ou si c'est l'épaisseur du verre qui est trop grande, dans la région considérée. Nous verrons plus loin que dans les cas intéressants en pratique, les variations d'indice dues à la trempe offrent une symétrie de révolution autour de l'axe de figure d'un objectif, tout comme les défauts systématiques que peut engendrer un polissage bien conduit. Comme ces essais sont faits en lumière naturelle, l'opticien obtient une correction moyenne : en chaque point, la lentille achevée présente des défauts égaux et de signes contraires pour les deux vibrations qu'elle peut transmettre en ce point. Donc, ce qu'il nous importe d'étudier, c'est uniquement la différence des retards éprouvés par les deux vibrations qui s'exécutent suivant les directions priviligiées Ox et Oy de l'élément de volume. Soit ε la différence de marche considérée comme positive si la vibration parallèle à Ox est le plus rapide. L'expérience montre que cette différence de marche est proportionnelle aux forces qui la produisent : son expression générale est

$$\frac{\varepsilon}{dz} = K_x P_x + K_y P_y + K_z P_z.$$

Par raison de symétrie on a nécessairement $K_z = 0$: l'effet d'une force exercée dans la direction du rayon lumineux n'est pas observable. D'autre part, en raison de l'isotropie initiale du verre, les effets des forces P_x et P_y sont égaux et de signes contraires

$$K_x = -P_y.$$

Nous pouvons donc écrire

$$\varepsilon = K(P_x - P_y)\,dz.$$

S'il existe seulement une pression positive Px la vibration qui se propage le plus vite est celle qui vibre parallèlement à Ox : le retard ε est positif.

La constante K dépend de l'échantillon de verre sur lequel on opère; Macé de Lépinay (15) a montré qu'elle varie aussi avec la longueur d'onde de la lumière employée, mais si peu que l'échelle chromatique des différences de marche peut être confondue avec celle de Newton pour les interférences dans l'air.

Pour la lumière jaune du sodium ($\lambda = 0^{\mu},589$), si l'on prend comme unités le millimètre et le kilogramme-force, les mesures de Wertheim (26) indiquent les valeurs suivantes du coefficient K :

Verre à glace	$K = 0,0357.10^{-3}$
Crown ordinaire	0,0334
Flint dense.....	0,0227

Si l'on fait abstraction du facteur 10^{-3}, la différence de marche sera exprimée en microns. Considérons, par exemple, le verre à glace dont on fait les miroirs de télescope, la différence de marche $\varepsilon = 0^{\mu},565$ qui correspond à la teinte sensible entre nicols croisés est obtenue, si la force P_x existe seule, lorsqu'on a

$$Px\,dz = 15^{kg},8.$$

Lorsque l'on considère non plus un parallélépipède élémentaire soumis à des forces uniformément répartïes mais une masse de verre trempé, l'effet produit sur un mince faisceau de rayons parallèles dépend du trajet qu'on lui fait suivre dans le bloc. Pour chaque trajet on observe le résultat de la superposition des effets produits dans chacun des éléments de longueur parcourus. Dans le cas le plus général, la grandeur de la biréfringence et l'azimut

des directions privilégiées varient de l'un à l'autre des éléments du parcours, et tout se passe comme si le rayon considéré avait traversé une pile de lames cristallines diverses et diversement orientées. On ne peut observer qu'un effet résultant.

L'étude d'un grand nombre d'objectifs astronomiques et de disques destinés à devenir des miroirs de télescope m'a montré que lorsqu'on étudie la biréfringence au moyen d'un faisceau lumineux dirigé parallèlement à l'axe de figure des lentilles ou des miroirs, l'effet résultant qu'on observe se présente sous une forme simple et remarquable, dont les effets optiques sont aisés à interpréter. D'autre part, sans doute en raison du fait que l'épaisseur des disques employés est petite, comparée à leur diamètre, il se trouve que les forces internes conservent la même orientation, et n'éprouvent que des variations de grandeur relativement petites, le long d'une droite parallèle à l'axe de figure. Aussi la valeur qu'on peut leur attribuer d'après la mesure de la biréfringence, somme de leurs effets, est peu éloignée de leur véritable valeur dans chaque élément d'épaisseur. Il ne sera donc pas illusoire de chercher à reconstituer, à partir de la biréfringence observée, le système de forces qui lui donne naissance.

25. On observe aisément la trempe des disques de verre de petites dimensions en employant l'appareil classique de Norremberg.

Lorsqu'il s'agit d'un disque de grand diamètre que son poids rend difficile à manier, les verriers et les opticiens utilisent le plus souvent le dispositif suivant bien connu. Une source lumineuse est située au voisinage du centre de courbure d'un miroir sphérique concave. L'observateur place son œil de telle sorte que tout le faisceau réfléchi pénètre dans la pupille. Dans ces conditions le miroir paraît entièrement et uniformément illuminé. On interpose deux nicols (ou mieux deux Glazebrook) près de la source et de l'œil. On place la lame de verre étudiée normalement à la direction générale des faisceaux, près du miroir concave. Si les deux nicols ont été d'abord mis en position d'extinction, certaines parties de la lame font reparaître la lumière, d'autres non. L'examen complet exige qu'on fasse tourner la lame autour de son axe. Je trouve plus commode de faire tourner les nicols simulta-

nément de manière que l'angle de leurs sections principales, le plus souvent égal à $\frac{\pi}{2}$, conserve sa valeur. Pour cela, chacun d'eux est monté dans un tube muni d'une couronne dentée; les deux couronnes ont le même nombre de dents et engrènent avec un pignon de renvoi, de sorte que les deux prismes tournent dans le même sens et d'angles égaux.

Ce mode d'examen présente l'avantage d'une grande sensibilité : comme dans l'appareil de Norremberg, l'effet de la biréfringence du verre est doublé par le retour des rayons. Mais on ne peut le pratiquer que sur un disque dont les faces sont planes et polies avec quelque soin; cela tient à ce que la source est de petites dimensions; les rayons transmis, s'ils sont déviés par un défaut des surfaces peuvent ne pas pénétrer dans la pupille. C'est pourquoi le dispositif suivant également classique paraît préférable.

L'œil regarde à travers un nicol analyseur une surface diffusante, fortement éclairée, par réflexion sous l'incidence brewstérienne sur une glace noire (glace ordinaire enduite au dos d'un vernis noir). Il n'est plus nécessaire que les faces de la lame étudiée soient très planes; la lumière parvient toujours à l'œil d'un point quelconque du diffuseur. L'expérience m'a montré qu'il est même inutile de les polir; il suffit de noyer les aspérités que laisse subsister un dégrossissage sommaire sous une couche d'une huile assez réfringente : de l'huile de cèdre, ou simplement de l'huile minérale à graisser. Il importe seulement que le liquide d'immersion ne soit pas volatil, car le refroidissement du verre causé par son évaporation fausserait les observations. De même, on ne doit pas toucher la lame étudiée avec les mains. L'appareil qui m'a servi le plus souvent est de ce type. Le diffuseur est la surface d'une lampe en verre opale (Argenta). La lampe et le polariseur d'une part, le nicol analyseur d'autre part, sont portés et rendus solidaires par une monture en forme d'U, profonde de 80^{cm}, qui permet d'étudier, région après région, de très grands disques.

Examinons à l'aide de l'un des appareils précédents une lame de verre à faces parallèles, en l'orientant de telle sorte que la lumière la traverse normalement. Si le polariseur et l'analyseur ont préalablement été placés en position d'extinction, l'interposition de la lame rétablit la lumière, sauf en certaines régions qui

dessinent à la surface du disque des lignes noires à bords estompés. L'obscurité subsiste en deux espèces de points :

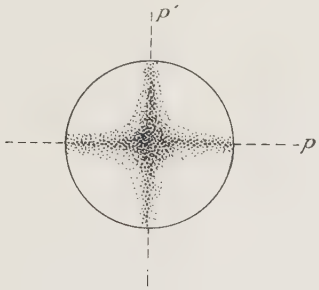
1° Dans les régions de la lame où la biréfringence est nulle;

2° Dans celles où les directions privilégiées caractéristiques de chaque élément considéré sont situées dans les sections principales du polariseur on de l'analyseur.

On peut savoir immédiatement à laquelle de ces deux causes est due l'obscurité d'une certaine région du disque. Il suffit de faire tourner celui-ci autour de son axe de figure : pendant ce mouvement, seules restent constamment obscures les régions réellement isotropes.

Laissant de côté les apparences très compliquées que peut présenter un morceau de verre quelconque examiné dans ces conditions, nous considérerons seulement l'aspect normal de la trempe des disques de verre destinés à la fabrication des objectifs astronomiques, dont le recuit a été fait avec soin. Soient P et P′ les traces sur la surface du disque des sections principales du polariseur et de l'analyseur. On observe une croix noire, estompée,

Fig. 49.



dont les bras ont pour axes P et P′, son aspect est représenté par la figure 49. Si l'on fait tourner la lame dans son plan, la croix reste fixe montrant ainsi que la biréfingence du disque, et par conséquent le système de tensions internes qui lui donne naissance, présente une symétrie de révolution autour de son axe de figure. Dans la suite j'appellerai *trempe régulière* cet état particulier.

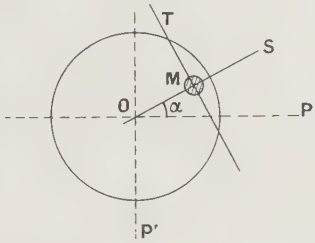
Le fait que la biréfringence puisse présenter cette symètrie est d'une grande importence pratique pour les applications astronomiques. La direction dans laquelle on voit une étoile est définie par deux points : l'un est lié au système objectif de l'instrument, l'autre est le centre de symétrie de la figure de diffraction qui constitue l'image de l'étoile. Si ce centre de symétrie n'existe pas, ce qui a lieu par exemple quand l'image est entachée de coma, la direction de visée n'est pas susceptible d'une définition physique simple. La direction qu'on attribue à l'étoile dépend, entre autres causes, de son éclat (équation de grandeur). Un effet analogue pourrait être produit par la trempe, si celle-ci avait une distribution telle que les aberrations qu'elle entraîne puissent détruire la symétrie des images stellaires. Heureusement, l'examen polariscopique des verres constitue une épreuve de sensibilité suffisante. On sait que le centrage d'un grand objectif est une opération purement empirique basée sur l'observation d'une image stellaire. On cherche à obtenir, par un déplacement convenable des deux lentilles relativement à la ligne de visée, que la figure de diffraction apparaisse douée d'une symétrie de révolution parfaite. L'expérience m'a montré que le résultat peut toujours être obtenu (à moins qu'il n'existe des défauts d'exécution des surfaces, ou des inégalités d'indices de la matière non attribuables à la trempe), lorsque la biréfringence des disques employés se présente avec les caractères que j'ai décrits. Et même si la croix noire ne paraît pas d'une régularité et d'une fixité parfaites et si la biréfringence mesurée au bord de l'un des disques par l'un des procédés décrits plus loin présente des variations de 10 ou 20 millimicrons le long du contour, les observations les plus délicates ne permettent pas de déceler dans l'image les défauts qui devraient être attribués à ces varations.

Ces conditions sont aujourd'hui remplies aisément par la technique des verriers; la trempe des disques est assez régulière pour qu'on n'ait pas à craindre des erreurs systématiques de pointé. Mais tout en présentant la symétrie de révolution indispensable, elle est quelquefois assez forte pour modifier l'aspect de la figure de diffraction au point de diminuer le pouvoir résolvant de l'objectif.

Considérons (*fig.* 50) une petite région autour d'un point M du

disque. Lorsqu'on fait tourner la lame dans son plan, cette région devient obscure quand les sections principales des nicols sont parallèles ou perpendiculaires au rayon OM; ($\alpha = 0^\circ$; $\alpha = 90^\circ$).

Fig. 50.



Les directions privilégiées qui caractèrisent la biréfringence de l'élément considéré sont donc le rayon OM et la tangente MT.

Laquelle de ces deux directions est l'axe lent? Pour le savoir, il suffit, après avoir dirigé OM suivant la bissectrice des sections des nicols ($\alpha = 45^\circ$), de superposer au disque une lame cristalline, en quartz ou en mica, d'orientation connue. Si les axes lents sont respectivement parallèles, la teinte observée s'élève dans l'échelle de Newton; elle s'abaisse si les directions principales de vibration sont au contraire croisées; j'ai répété cette expérience sur une centaine de disques bruts et d'objectifs taillés de dimensions très diverses. Elle m'a donné un résultat constant auquel je n'ai pu découvrir aucune exception : c'est l'axe lent qui, en chaque point, est dirigé suivant le rayon du disque; l'axe rapide est tangentiel.

La biréfringence est nulle au centre du disque; à partir de ce point, la différence de marche ε des deux rayons transmis perpendiculairement à la lame va en croissant jusqu'au bord, où elle atteint sa plus grande valeur. Il existe un grand nombre de procédés pour analyser une lumière elliptique et déterminer l'intensité relative et la différence de marche des deux vibrations rectilignes dont elle est la résultante. N'ayant en vue que l'application pratique des mesures de la trempe à l'art de l'opticien, je n'ai employé que les procédés dont l'emploi est le plus simple et l'interprétation la plus facile. Ceux qui me paraissent convenir le mieux à l'usage quotidien d'un atelier sont :

1° L'observation des teintes de polarisation;

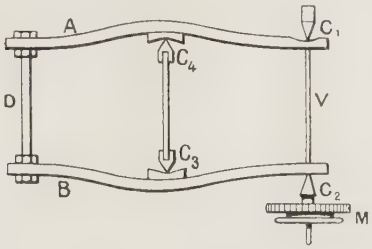
2° La compensation de la différence de marche ε par un appareil permettant une lecture directe de ce retard.

Dans ce qui suit, on suppose toujours que les deux ondes transmises par la lame ont des intensités égales, c'est-à-dire qu'on observe la biréfringence en un point où les directions privilégiées OM et MT sont bissectrices des sections principales du polariseur et de l'analyseur. L'observation directe des teintes de la lumière transmise par la lame dans ces conditions renseigne mal sur la grandeur de la biréfringence, car celle-ci est faible, dans tous les cas intéresssants, et les premiers degrés de l'échelle de Newton pour les interférences à centre noir sont très peu distincts. La détermination est au contraire rendue facile et d'une précision relative bien suffisante pour l'usage, si l'on superpose au disque étudié une lame à teinte sensible de quartz ou de mica. Ces lames portent une marque qui indique l'axe lent et qu'on rend parallèle ou perpendiculaire au rayon du disque. On prend la demi-différence des retards qui, dans l'échelle de Newton, correspondent à la teinte qui monte et à celle qui descend. La trempe des disques acceptables pour l'usage astronomique se traduit par des nuances qui sont placées dans la région de l'échelle où une faible variation de retard change la teinte de façon appréciable. Hors ce cas, on pourrait toujours ramener la différence de marche observée à la valeur favorable en ajoutant sur le trajet des rayons une série de lames de mica convenablement étalonnées, mais le procédé perd alors une partie de la simplicité qui en rend l'usage particulièrement recommandable à l'atelier.

De bonnes mesures peuvent être obtenues par un procédé de compensation : on rétablit l'obscurité entre nicols croisés en superposant, à la lame étudiée, une autre lame de biréfringence variable et connue, convenablement orientée. Au lieu de l'obscurité, on peut prendre pour criterium de compensation l'égalité des teintes d'une bilame de Bravais : à l'essai, je n'ai pas trouvé d'avantage bien net à cette façon de faire. Le compensateur le plus parfait serait sans aucun doute un double coin de quartz à teinte plate de Bravais. Ne disposant pas de cet appareil, j'ai employé divers compensateurs à verre pressé. Comme les disques que j'avais à étudier étaient lourds et peu maniables, le compensateur doit pouvoir être facilement déplacé, ce qui exclut l'emploi

d'une presse à poids. Le premier appareil que j'ai construit est représenté par la figure 51. Deux lames d'acier A et B sont réunies à une de leurs extrémités par une entretoise D. A l'autre bout est une vis V dont la tête est fixée à un couteau C_1 ; elle passe libre-

Fig. 51.



ment à travers un couteau C_2 et porte un écrou M muni d'une division angulaire qui défile devant un index solidaire de B. Entre les lames et au milieu de leur longueur se trouve une plaque de verre qui a 5^{mm} de largeur dans le plan de la figure et 30^{mm} dans le sens perpendiculaire. Ses deux extrémités portent des armatures C_3 et C_4 terminées par des arêtes tranchantes situées exactement dans le plan de symétrie de la lame : lorsqu'on serre l'écrou M, le contact des couteaux C_4 et C_2 avec les lames A et B est d'abord obtenu ; celles-ci fléchissent et exercent un effort croissant sur les couteaux C_3 et C_4, la lame présente une biréfringence croissante ε. Pour étalonner l'appareil, j'ai découpé une lame de mica, qui dans un polariscope présentait une teinte plate, en petits fragments que j'ai successivement empilés en ayant soin de rendre parallèles leurs directions privilégiées. Soit n le nombre des micas qu'on a superposés. On constate que la compensation a lieu pour une certaine lecture x du tambour divisé :

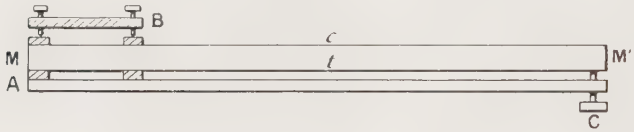
$$n = K(x - x_0) = a.\varepsilon,$$

le facteur $\frac{K}{a}$ qui permet de connaître la biréfringence se détermine avec une précision très suffisante en cherchant la position de l'écrou qui amène le verre pressé à la teinte sensible. L'inconvénient de cet appareil est que le nombre x_0 est sujet à changer lorsqu'on desserre l'écrou suffisamment pour que les couteaux C_3 et C_4 quittent le

contact des lames A et B; ils ne se replacent pas exactement ensuite dans la même position. D'autre part, il est assez difficile d'obtenir une teinte plate; cela exige un ajustage assez minutieux des pièces terminales C_3 et C_4 qui évite la formation d'un couple fléchissant. Tel quel, l'appareil m'a permis de faire un assez grand nombre de mesures.

En dernier lieu, j'ai construit un appareil d'un emploi assez commode, dont voici le principe (*fig.* 52), MM′ est une règle de verre, qui au repos ne présente pas de biréfringence appréciable, longue de 40^{cm}, large et épaisse de 15^{mm}, polie sur ses faces parallèles au plan de la figure. A une de ses extrémités, elle est saisie

Fig. 52.



sur une longueur de 10 centimètres entre les mâchoires métalliques A et B. L'extrémité M′ reçoit d'une vis C portée par la tige d'acier AC, une force qui tend à fléchir la règle de verre. Le moment fléchissant est nul à l'aplomb de la vis C, et à partir de ce point, il croît linéairement. L'effort auquel est soumis un élément de volume du verre est proportionnel à sa distance à l'extrémité C et à sa distance au plan des fibres neutres de la règle. Plaçons sur la règle une bande de papier opaque qui ne permette à la lumière de la traverser dans le sens normal au tableau que dans deux longues fenêtres, larges seulement de trois quarts de millimètre, contiguës à la face comprimée et de la face tendue. Ces deux régions vont jouer le rôle d'un compensateur. Si l'on superpose entre nicols croisés, cet appareil à une lame biréfringente, en ayant soin de rendre les directions privilégiées respectivement parallèles ou perpendiculaires, on voit apparaître sur l'une des deux bandes réservées une tache noire dont on repère aisément la position le long d'une graduation. Il est facile d'étalonner l'appareil au moyen d'un certain nombre de lamelles de mica qu'on superpose comme précédemment. On trouve que, aux erreurs de mesure près, la biréfringence est bien proportionnelle à l'abscisse, le coefficient de propor-

tionnalité dépendant du serrage de la vis C. Il est commode de ramener celui-ci à la même valeur au moyen d'un morceau de mica que l'on conserve comme étalon. Avant chaque mesure, on amène en tournant la vis C, la tache noire en face du point de la règle marqué 10. L'appareil est d'un maniement plus commode que le compensateur à verre pressé et à teinte plate, et il offre sur un compensateur à coins de quartz l'avantage d'une sensibilité réglable. Toutefois lorsque la tache noire est trop voisine de la vis C, elle devient diffuse et il existe une incertitude sur sa position.

Les mesures que j'ai faites avec l'un ou l'autre des procédés décrits plus haut sur un grand nombre de disques de verre font voir que la biréfringence croît lentement près du centre et plus rapidement au voisinage du bord. Je donnerai comme exemple les mesures effectuées sur deux disques, l'un de crown (I), l'autre de flint (II), de 4^{cm} d'épaisseur et de 33^{cm} de diamètre, au moyen du compensateur à verre pressé et à teinte plate. La colonne III contient les chiffres trouvés sur l'objectif que ces verres ont servi à tailler. En raison de la grande quantité de matière qui a été enlevée pour donner aux verres leurs courbures, il s'en faut de beaucoup que les chiffres de la colonne III soient la somme de ceux des colonnes I et II. Les valeurs de la biréfringence sont indiquées en millimicrons.

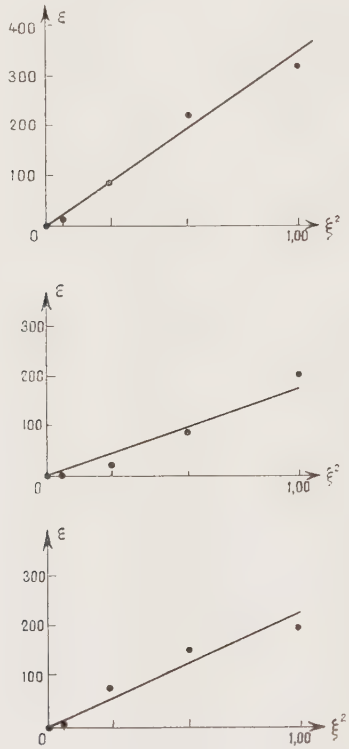
Tableau XII.

$\xi = x : R$.	I.	II.	III.
	mμ	mμ	mμ
0	0	0	0
0,25	8	0	10
0,50	86	20	78
0,75	222	91	150
1,00	318	203	197

J'ai réuni ces chiffres graphiques sur la figure 53. Pour les tracer, j'ai porté en abscisse le carré de la distance ξ au centre du disque du point où la mesure a été faite, en fraction du rayon du disque. On voit que la biréfringence croît à peu près proportionnellement à ξ^2 et que les petits écarts entre les valeurs observées et cette loi simple sont en sens inverse pour les deux verres.

J'ai eu l'occasion de faire des mesures analogues sur un grand disque de fabrication ancienne, destiné à faire un miroir de télescope. Son diamètre est $1^{m},20$, son épaisseur 15^{cm}. La trempe étant considérable, les procédés de mesure décrits plus haut sont

Fig. 53.



inapplicables. J'ai fait les observations en lumière approximativement monochromatique. Il suffit de placer devant une lampe à incandescence deux filtres verts en gélatine (Wratten n° 74) pour voir les anneaux obscurs avec une différence de marche considérable : le numéro d'ordre de chaque anneau indique immédiatement le retard si l'on connaît la longueur d'onde utilisée. Celle-ci est aisément déterminée au moyen d'un petit spectroscope. La première colonne du tableau indique l'ordre des extinctions, la seconde la différence de marche correspondante en microns, les

suivantes les distances au centre du disque des points où ces différences de marches ont été observées, le long de quatre rayons angulairement équidistants.

TABLEAU XIII.

	Différence de marche en microns.	Distance en millimètres au centre du disque.			
0	0,00	0	0	0	0
1	0,53	203	190	189	193
2	1,06	275	268	263	278
3	1,59	326	315	320	329
4	2,12	372	361	366	370
5	2,65	408	400	403	404
6	3,18	440	434	436	434
7	3,71	467	464	465	463
8	4,24	497	498	498	491
9	4,77	523	532	529	523
10	5,30	545	557	550	545
11	5,83	562	574	565	562
12	6,36	572	585	580	574

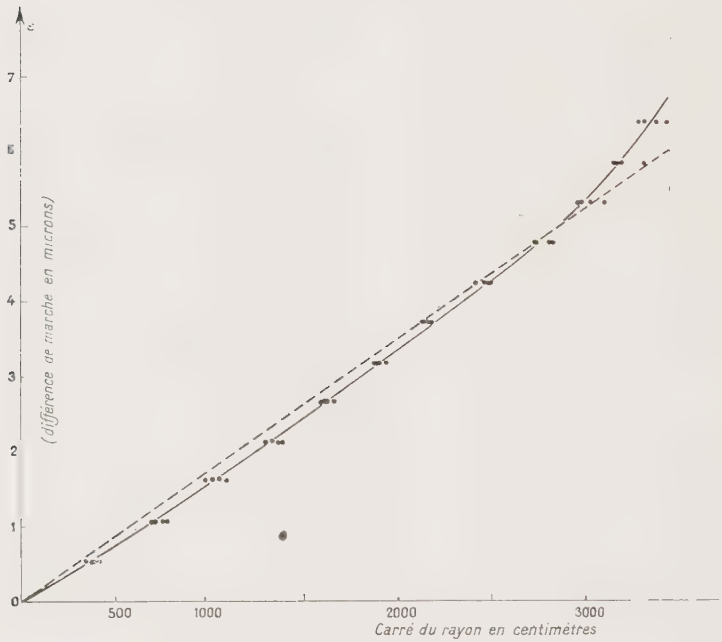
Comme la paroi latérale du disque est creusée d'une gorge, qui intercepte la lumière parallèle à l'axe de figure, je n'ai pu poursuivre les mesures jusqu'au bord même. Les nombres obtenus ont servi à tracer le graphique (*fig.* 54) Comme précédemment, on a porté en abscisse non les distances mesurées mais leurs carrés. On voit qu'au voisinage du bord la trempe varie plus vite que le carré du rayon.

En l'absence du filtre, la lumière transmise au bord du disque est blanche (à l'absorption près). Si l'on réduit la source à une fente, et si l'on place un prisme à vision directe derrière l'analyseur, on observe au bord du verre 7 ou 8 cannelures noires dans l'étendue visible du spectre.

En résumé, on peut donner la description suivante de la biréfringence normale d'un disque de verre bien recuit. Le phénomène admet une symétrie de révolution autour de l'axe de figure du disque. En chaque point de la surface du verre, les directions privilégiées sont dirigées l'une radicalement : c'est l'axe lent; l'autre

tangentiellement (axe rapide). Le retard qui existe entre les vibrations qui s'effectuent suivant ces deux directions croît à partir du

Fig. 54.

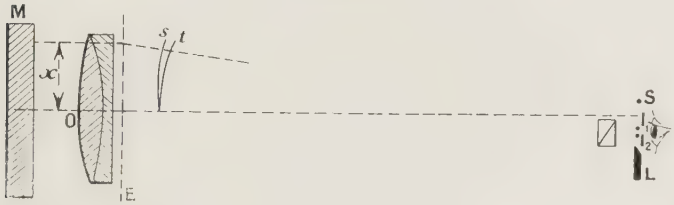


centre, où il est nul, jusqu'au bord du verre, où il atteint la valeur ε_m, en suivant une loi à peu près parabolique.

26. J'ai employé souvent pour étudier la trempe d'un objectif achevé un procédé tout différent de ceux qui sont décrits au paragraphe précédent. Il consiste à déterminer séparément la forme d'un méridien de l'onde transmise : 1° en utilisant uniquement les vibrations qui s'effectuent suivant la direction de ce méridien; 2° en utilisant uniquement les vibrations perpendiculaires aux précédentes. Si l'objectif est monté sur une lunette astronomique, son étude peut être faite sans démontage ni transport par la méthode que je vais indiquer; à l'atelier j'ai l'habitude de l'appliquer à chaque objectif en cours de retouche sous la forme suivante :

L'objectif O est installé (*fig.* 55) en position d'autocollimation devant un miroir plan M. Tout contre lui est placé un écran opaque E, percé d'un certain nombre de fenêtres étroites rangées le long du diamètre horizontal. Pour guider le travail de retouches locales qui doit amener l'onde réfractée à être indiscernable d'une

Fig. 55.



onde sphérique on place en S une source lumineuse : c'est une fente éclairée par une flamme [1]; la lame de couteau permet de déterminer très exactement la distance d'intersection de chacune des paires de pinceaux isolées par l'écran E, et par conséquent l'aberration longitudinale des rayons en fonction de la hauteur d'incidence x. Soit l cette aberration comptée à partir d'une origine arbitraire. On en déduit immédiatement l'aberration transversale linéaire a dans le plan de front passant par l'origine

$$a = l \times \frac{x}{F},$$

puis l'aberration transversale angulaire

$$\alpha = \frac{a}{F} = l\frac{x}{F^2}.$$

Ces données recueillies, on effectue graphiquement l'intégrale

$$y = \int \alpha\, dx$$

qui représente la différence des ordonnées de la surface d'onde réelle avec une certaine sphère de référence : cette sphère a pour

(1) J'ai déjà mentionné l'avantage qu'il y a à employer une fente au lieu d'un trou comme on le fait d'ordinaire.

centre le point de l'axe choisi comme origine des aberrations longitudinales. Les ordonnées ainsi déterminées indiquent immédiatement les dépressions de la surface d'onde, et par conséquent les endroits où il convient de réduire par retouche l'épaisseur de verre que les rayons doivent traverser.

Interposons un prisme biréfringent P (par exemple un Wollaston de quartz), sur le trajet des rayons à quelque distance du foyer. L'image de la fente S est dédoublée en deux images I_1 et I_2. Orientons le prisme de manière que les points S, I_1 et I_2 soient en un même plan, qui contient aussi le diamètre de l'objectif le long duquel sont rangées les fenêtres de l'écran. La lumière qui forme l'image I_1 vibre par exemple dans le plan de la figure. En effectuant l'opération précédemment décrite au moyen de l'image I_1, nous pouvons déterminer la forme de la méridienne de la surface d'onde pour les vibrations dirigées suivant le rayon de l'objectif. Soient y_s les ordonnées correspondantes calculées comme je l'ai dit. De même, les mesures effectuées sur l'image I_2 donnent les ordonnées, y_t de l'onde composée de vibrations tangentielles. La moyenne $\frac{1}{2}(y_s + y_t)$ définit les défauts imputables à la forme de l'objectif, que la retouche locale doit faire disparaître, et la différence $\varepsilon = y_t - y_s$ mesure la différence de marche due à la trempe pour chaque valeur de la hauteur d'incidence. J'ai déterminé la légère correction qu'il convient d'apporter aux mesures brutes pour éliminer la cause d'erreur que pourrait introduire l'astigmatisme dû au prisme biréfringeant, en effectuant une fois pour toute l'observation sur le faisceau donné par un miroir sphérique concave substitué au système objectif-miroir plan.

La valeur de la biréfringence déterminée par ce procédé concorde avec celle qu'on peut observer par les procédés décrits au paragraphe 25 avec toute l'approximation utile. Par exemple, sur un objectif de 20^{cm} de diamètre (n° 47), j'ai trouvé que la différence de marche au bord valait $75^{m\mu}$ par la méthode du prisme biréfringent, et $81^{m\mu}$ au moyen de compensateur à verre pressé. Comme je l'ai dit précédemment, on trouve que le retard $\varepsilon = y_t - y_s$ varie à très peu près proportionnellement au carré x^2 de l'ordonnée. Ce résultat peut s'énoncer ainsi : les méridiens s et t ne diffèrent que par leurs courbures. Plaçons sur

l'objectif un diaphragme opaque découvrant une bande étroite autour de son diamètre horizontal. Si l'objectif est convenablement retouché, les images I_1 et I_2 sont parfaitement nettes, mais elles ne le sont pas pour la même position de l'oculaire. Soient $2r$ le diamètre de l'objectif, F sa longueur focale, ΔF la différence des tirages qui rendent nettes successivement les images polarisées parallèlement et perpendiculairement au méridien utilisé; l'effet de la trempe étant doublé par le retour des rayons, on voit immédiatement que la biréfringence de l'objectif au bord a pour valeur

$$\varepsilon_m = \frac{1}{4}\frac{r^2}{F^2}\Delta F.$$

Découvrons maintenant toute la surface de l'objectif, et prenons comme source non plus une fente mais un point lumineux très petit ([1]). Les deux images polarisées rectilignement que sépare le biréfringent se montrent toutes deux légèrement astigmates. Pour l'une d'elles la focale rapprochée est horizontale, pour l'autre elle est verticale. L'explication est facile. Considérons celle des deux images qui est composée uniquement de vibrations verticales. A leur égard, le méridien vertical de l'objectif est celui qui introduit à ses extrémités les retards les plus grands, donc est le plus faible; le méridien horizontal est au contraire le plus fort : si l'on enfonce l'oculaire de manière à viser un plan situé un peu en avant du foyer, on voit une tache lumineuse allongée dont le grand axe est vertical.

Bien que ce phénomène soit ordinairement assez petit pour n'être perceptible que dans de très bonnes conditions d'observation, il ne laisse pas que d'être très curieux. On pense immédiatement à en tirer un criterium pour juger si la biréfringence que présente l'objectif est tolérable : il paraît convenable d'exiger que la longueur d'astigmatisme ΔF soit au plus égale à la limite que nous avons assignée à cette aberration (§ 2), soit

$$\Delta F \leqq 8{,}1 \times 10^{-5}\left(\frac{F}{2r}\right)^2$$

([1]) J'ai indiqué au paragraphe 13 la manière qui m'a semblé la plus commode de réaliser une source suffisamment ponctuelle.

qui correspond à une différence de marche au bord de l'onde

$$\varepsilon_m = \frac{\lambda}{5,5}$$

ou une centaine de millimicrons.

J'ai cherché une confirmation de cette limite par des observations faites en lumière naturelle, dans les conditions normales d'emploi. Je disposais d'un objectif taillé autrefois par les frères Henry dans des verres fortement trempés, mais par ailleurs très bien exécuté; la biréfringence est régulière et croît du centre au bord légèrement plus vite que ne l'indique la loi parabolique qui représente son allure habituelle; elle atteint au bord $218^{m\mu}$. Lorsque ce retard est doublé par autocollimation, c'est-à-dire pour $\varepsilon_m = 437^{m\mu}$, l'image d'une source ponctuelle se montre pronfondément altérée. Il n'y a pas d'anneaux de diffraction visibles. A leur place se voit une auréole diffuse. De part et d'autre du plan focal, l'image offre des aspects symétriques, ce qui n'aurait pas lieu si le défaut observé était dû au spectre secondaire ou à l'aberration de sphéricité. Les détails d'un objet étendu tel qu'une planète sont vus avec un contraste très atténué. J'ai réduit progressivement au moyen de diaphragmes circulaires le diamètre de la portion de l'objectif utilisée et diminué ainsi la biréfringence qui existe au bord de l'onde. L'image obtenue par autocollimation devenait indiscernable d'une image parfaite lorsque le diaphragme avait 70^{mm} d'ouverture. La différence de marche au bord de l'onde doublement transmise est alors de $90^{m\mu}$. Telle était la limite de la biréfringence tolérable [1].

Ce serait sans doute une exigence excessive d'imposer la même limite pour une grande lentille que pour une petite. On sait combien l'importance du spectre secondaire croît avec le diamètre des objectifs : lorsque les images sont déjà profondément altérées par cette dispersion résiduelle, l'effet d'une biréfringence d'un quart d'onde importe peu.

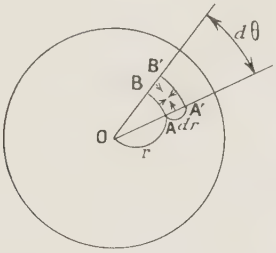
---

[1] Pour les disques de verre brut, qui sont beaucoup plus épais, que les lentilles finies, on doit admettre une limite plus élevée. Je puis indiquer que je n'ai jamais observé sur un objectif une biréfringence supérieure à la moitié de la somme des biréfringences des deux disques bruts qui ont servi à les tailler.

27. Nous allons rechercher le système de tensions internes qui peut produire la biréfringence que nous avons observée.

Soit un disque de verre de diamètre 2R et d'une épaisseur très faible que nous prenons pour unité de longueur. Considérons une portion de disque AA′BB′ (*fig.* 56) limitée par deux plans radiaux

Fig. 56.



formant entre eux l'angle $d\theta$ et par deux surfaces cylindriques ayant pour rayons r et $r + dr$. Les faces AA′ et BB′ sont soumises à une pression normale, par conséquent dirigée suivant la tangente, dont la valeur par unité de surface est $T(r)$. De même les faces AB et A′B′ sont soumises à une pression dirigée suivant le rayon du disque, dont la valeur par unité de surface est $S(r)$. Les valeurs de S et de T sont considérées comme positives s'il s'agit d'une compression.

Écrivons la condition d'équilibre de l'élément de volume considéré les forces en jeu sont :

$T(r)\,dr$ appliquée au milieu de AA′;

$T(r)\,dr$ appliquée au milieu de BB′;

$r.S(r)\,d\theta$ appliquée au milieu de AB;

$(r + dr)\,S(r + dr)\,d\theta$ appliquée au milieu de A′B′.

La somme des projections de ces forces sur la tangente est évidemment nulle. Écrivons que la somme des projections des forces sur le rayon OA est nulle;

$$r.S(r)\,d\theta - (r + dr)\,S(r + dr)\,d\theta + T(r)\,dr\,d\theta = 0,$$

nous en tirons immédiatement la relation suivante entre les forces

radiales et tangentielles,

$$(21) \qquad T(r) - S(r) - r\frac{d}{dr}S(r) = 0.$$

D'autre part, d'après les formules rappelées au paragraphe 25, la biréfringence ε_r produite à la distance r du centre par les forces T et S a pour valeur

$$\varepsilon_r = K[T(r) - S(r)].$$

Pour achever le calcul nous supposerons que la biréfringence observée varie le long du rayon suivant une loi parabolique, ce qui est approximativement vrai, comme nous l'avons dit.

$$\varepsilon_r = ar^2,$$

d'où une seconde relation

$$(22) \qquad T(r) - S(r) = \frac{a}{K}r^2.$$

Il faut remarquer que la force radiale est nécessairement nulle au bord du disque, c'est-à-dire qu'on a

$$S(R) = 0$$

avec cette condition, l'intégration (21) et (22) donne immédiatement

$$S(r) = -\frac{a}{2K}(R^2 - r^2),$$

$$T(r) = -\frac{a}{2K}(R^2 - 3r^2).$$

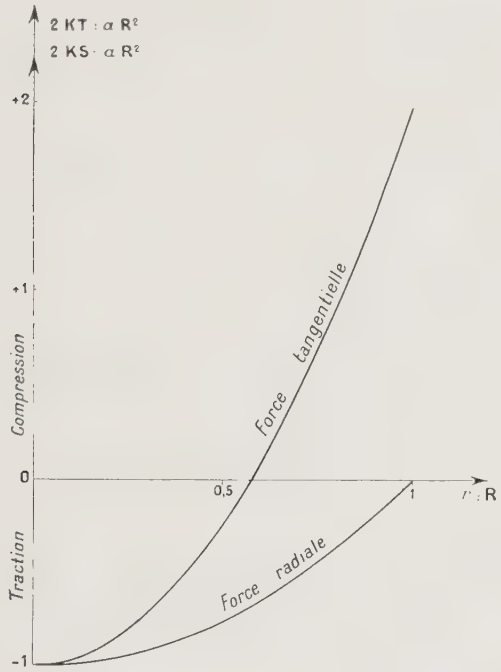
Il est évident que la somme des forces tangentielles qui s'exercent perpendiculairement à un rayon du disque doit être nulle. On a bien, en effet,

$$\int_0^r T(r)\,dr = 0.$$

Les graphiques de la figure 57 montrent la variation des fonctions S et T j'ai porté en abscisses les valeurs de $r : R$ et en ordonnées celle de T et S multipliées par $2K : aR^2$. On voit que le verre est partout tendu dans le sens radial, et que dans le sens tangentiel il existe une traction pour $r < R : \sqrt{3}$ et une compression plus près du bord.

A titre d'exemple j'appliquerai le calcul précédent à la détermination des forces qui existent à l'intérieur du disque de $1^m,20$

Fig. 57.



de diamètre dont la biréfringence est représentée par le graphique (*fig.* 54). La ligne tracée à travers les points expérimentaux a pour équation

$$\varepsilon = -0,00175\,r^2,$$

ε étant exprimé en microns et r en centimètres. Dans ces conditions, $K = 0,00357$ (§ 25).

On trouve

$$\frac{\alpha R^2}{2K} = 854^{kg} \text{ par centimètre.}$$

C'est la valeur commune des tractions tangentielles et radiales au centre du disque. Au bord, il existe une compression tangentielle de 1708^{kg} par centimètre.

Telle est la somme des forces qui s'exercent le long d'un rayon lumineux qui traverse toute l'épaisseur du disque. Si l'on suppose que les pressions S et T ont une valeur constante dans toute cette épaisseur, qui vaut 15^{cm}, on voit que les pressions par unité de surface atteignent 120^{kg} par centimètre carré. Dans les disques de dimensions plus petites, dont la biréfringence est de quelques dizaines de millimicrons, les forces dues à la trempe sont seulement de l'ordre du kilogramme par centimètre carré.

Il est clair que rien n'assure *a priori* que les forces sont constantes selon l'épaisseur. Toutefois, il paraît vraisemblable que leur variation n'est pas si grande qu'elle ôte tout intérêt à la valeur moyenne qu'on a déterminée ci-dessus. L'examen de la biréfringence au moyen d'un rayon lumineux qui a traversé le disque selon un de ses diamètres montre les apparences qui ont été décrites par les auteurs qui ont observé la trempe des glaces : on sait qu'il existe une couche intérieure tendue, comprise entre deux couches comprimées, ce qui prouve que l'intégrale

$$\int T(r)\,dr$$

étendue à un diamètre du disque n'est pas nulle pour chaque tranche infiniment mince parallèle aux faces, considérée isolément; c'est seulement la somme de ses valeurs, pour la section diamétrale tout entière qui est nulle. Quoique l'épaisseur de verre traversée soit beaucoup plus grande que dans l'examen normal, l'expérience prouve que la biréfringence est du même ordre de grandeur dans les deux cas. Les variations de la force tangentielle selon l'épaisseur rapportées à l'unité de surface sont donc petites, comparées à cette force elle-même. Au reste, il semble évident que la différence de température qui peut exister pendant le recuit entre le plan médian et les faces d'un disque mince ne peut pas être très grande, ni par conséquent produire de forts allongements relatifs.

Revenons à la biréfringence observée parallèlement à l'axe de figure, qui seule importe au point de vue optique. La répartition des forces que nous avons trouvée est bien celle qu'on doit attendre si, pendant le refroidissement, le bord du disque est constamment moins chaud que le centre. J'ai entrepris des expériences qui ont pour but de rechercher par quelles dispositions on peut modifier

la direction d'écoulement du flux de chaleur, de façon à réduire ou même changer de signe, le gradient de température le long d'un rayon du disque, en répartissant convenablement au voisinage du verre des masses isolantes, et d'autres, au contraire, bonnes conductrices de la chaleur. Ces essais seront poursuivis.

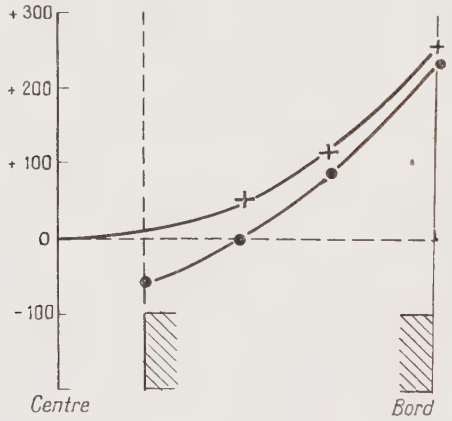
28. Il suffira de dire quelques mots des conséquences mécaniques de l'état de trempe d'un disque de verre. Faisons fléchir une lame de verre sous une charge croissante. La rupture se produit lorsque l'allongement relatif des fibres superficielles tendues atteint une certaine valeur. On sait que cette valeur limite dépend de l'état de la surface : elle s'abaisse considérablement si celle-ci porte des rayures. La rupture ne se produit que pour des allongements relatifs beaucoup plus grands si la fibre la plus tendue est située non à la surface, mais dans l'intérieur de la masse parce que, dans ce cas, il n'existe pas d'amorces. On réalise ces conditions en donnant au verre une certaine trempe qui communique à la surface un état initial de compression; l'industrie utilise cette particularité depuis fort longtemps. J'ai eu l'occasion d'examiner un miroir de télescope dont les bords étaient égrenés par suite de chocs avec la monture métallique. En raison de l'état fortement comprimé du verre, ces cassures ne se sont pas propagées.

Il en est tout autrement lorsqu'on crée des amorces de rupture dans une région tendue, par exemple lorsqu'on essaie de percer un trou au centre d'un disque, dans l'intention de construire un télescope de Cassegrain. L'opération se fait au moyen d'un cylindre de tôle qu'on fait tourner sur lui-même au contact du verre, avec interposition de carborundum. Pour peu que les tensions soient notables, le verre éclate en deux ou trois morceaux lorsque le sillon creusé atteint environ le tiers de l'épaisseur. Pour éviter ce danger, on utilise des disques dont le trou central a été réservé lors de la coulée : si le recuit a été mal conduit, c'est à la verrerie que le disque se brise.

J'ai cependant pu percer, à titre d'essai, un disque de verre de 25^{cm} de diamètre et de 40^{mm} d'épaisseur, qui présentait avant l'opération une biréfringence normale représentée à la figure 58. J'ai porté en abscisses le rayon et en ordonnées la différence de marche en millimicrons. On calcule que la pression tangentielle qui

existe au bord du verre vaut 18^{kg} par centimètre carré. Après le perçage d'un trou de 62^{mm} de diamètre, l'aspect de la biréfringence a changé. Sa valeur n'est pas notablement modifiée au bord même, mais il existe une zone neutre, dont le rayon est 61^{mm}. A l'intérieur de cette circonférence, l'axe lent a une direction tangentielle. La différence de marche au bord du trou indique qu'il

Fig. 58.



existe là une tension tangentielle de 4^{kg} par centimètre carré, bien inférieure à ce que le verre peut supporter, même s'il existe des amorces de rupture. On peut augmenter la marge de sécurité pour le cas où cette tension se trouverait par hasard accrue, par l'effet d'une température non uniforme, en polissant la paroi du trou.

RÉSUMÉ.

J'ai étudié dans le présent mémoire les diverses causes qui peuvent, à l'usage, altérer la qualité optique d'un grand instrument astronomique dont les surfaces sont supposées bien exécutées.

En premier lieu, J'ai examiné le rôle que jouent les flexions dues à la pesanteur, j'ai comparé dans un cas particulier important le calcul à l'expérience et montré leur accord. Je me suis efforcé de poser en termes précis le problème et la compensation des

flexions et j'ai appliqué cette discussion à l'examen critique des dispositifs employés jusqu'ici pour éviter leurs effets nuisibles; j'ai décrit des observations dont se déduisent les règles à suivre pour construire et régler les supports qui conviennent à des miroirs de dimensions et de flexibilités très différentes.

Un chapitre est consacré ensuite à l'étude des phénomènes auxquels donne lieu la variation de la température ambiante : déformation des miroirs et courants de convection de l'air dans leur voisinage. J'ai rapporté des observations dont la discussion indique dans quelle voie il convient de chercher l'atténuation de ces défauts. J'ai montré combien il est important de réduire la capacité calorifique des miroirs et par conséquent leur épaisseur, de telle sorte que la correction des effets thermiques est intimement liée au problème de la correction des flexions.

J'ai étudié enfin un phénomène important à l'égard de la technique des instruments d'observation : la biréfringence des verres d'optique. J'ai décrit l'aspect sous lequel il se présente, précisé son influence sur la qualité des images, et indiqué la limite au delà de laquelle ses effets ne peuvent plus être tolérés. La recherche de la distribution des tensions à l'intérieur d'un disque trempé a été abordée, et elle a fourni des indications dont la technique du recuit pourra tirer quelque bénéfice.

Les matériaux de ce travail sont les observations que j'ai pu faire pendant six années consacrées à l'exécution des grandes surfaces optiques. Je n'ai pas manqué de mettre en évidence certaines lacunes que seule pourra combler une expérience plus complète acquise par l'emploi même des instruments que j'ai construits.

Bibliographie.

C. R ..... Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences.
R. O. ..... Revue d'Optique théorique et instrumentale.
M. N. ..... Monthly Notices of the Royal Astronomical Society.
Mem. R. A. S... Memoirs of the Royal Astronomical Society.
Trans. O. S.... Trans. of the Optical Society.
A. J. ..... The Astronomical Journal.
Ap. J. ..... The Astrophysical Journal.
Bull. S. A. F... L'Astronomie; bulletin de la Société astronomique de France.

1. Arnulf (A.). — Déformation comparée du verre et de la silice fondue sous l'influence des variations de températures (*R. O.*, 6, 1927, p. 316).
2. Boutaric (A.). — Le rayonnement nocturne (*Bull. S. A. F.*, 1922, p. 447).
3. Buxton (A.). — Star discs (*M. N.*, 81, 1921, p. 547).
4. Buxton (A.). — Note on the effect of astigmatism on star discs (*M. N.*, 83, 1923, p. 475).
5. Chrétien (H.). — Le télescope de Newton et le télescope aplanétique (*R. O.*, 1. 1922, p. 13 et 49).
6. Common (A.-A.). — Particulars of the mounting of a three-foot reflector (*Mem. R. A. S.*, 46, 1880, p. 173).
7. Common (A.-A.). — On the construction of a five-foot reflector (*Mem. R. A. S.*, 50, 1892, p. 113).
8. Conrady (A.-E.). — Star discs (*M. N.*, 79, 1919, p. 575).
9. Couder (A.). — Sur la construction et l'essai d'un miroir de télescope de forme particulière, en verre Pyrex (*C. R.*, 186, 1928, p. 311).
10. Couder (A.). — Description de la figure de diffraction au foyer moyen d'un faisceau astigmate (*C. R.*, 188, 1929, p. 1244).
11. Danjon (A.), A. Couder et J. Dufay. — Sur la qualité astronomique du ciel de la Haute-Provence (*C. R.*, 183, 1926, p. 1333).
12. Danjon (A.). — La Haute-Provence ; étude climatologique en vue de l'installalion d'un grand télescope (*Bull. S. A. F.*, 1929 p. 153).
13. Draper (H.). — Construction d'un télescope à miroir argenté (*Mémoires publiés par la Société d'Encouragement pour l'industrie nationale*, Paris, 1905).
14. Griffiths (Mrs C. H.). — Diffraction pattern in the presence of spherical aberration (*Trans. O. S.*, 21, 1920, p. 87).
15. Macé de Lépinay. — *Annales de Chimie et de Physique*, 5e série, 19, 1880, p. 5.
16. Martin (L. C.). — Star discs. (*M. N.*, 82, 1922, p. 310).
17. Martin (L. C.). — A physical study of spherical aberration (*Trans. O. S.*, 23, 1921, p. 63.
18. Martin (L. C.). — A physical study of coma (*Trans. O. S.*, 24, 1922, p. 1).
19. Oxmantown (Lord Rosse). — Exp. on the Reflecting Telescope (*Phil. Trans. of the Roy. Soc.*, 130, 1840, p. 503).
20. Rayleigh (Lord). — On theory of optical images with special reference to the microscope (*Phil. Mag.*, 5e série, 42, 1896).
21. Rayleigh (Lord). — On the stresses in solid bodies, due to unequal heating, and on the double refraction resulting therefrom. (*Phil. Mag.*, février 1901).
22. Ritchey (G. W.). — Sur le télescope moderne à réflexion (*Mémoires publiés par la Société d'Encouragement pour l'industrie nationale*, Paris, 1905).

23. Ritchey (G. W.). — The 60-inch reflector of the Mt Wilson Observatory (*Ap. J.*, 29, 1909, p. 198).
24. Ritchey (G. W.). — Nouveau mode de construction des grands miroirs de télescope (*Bull. S. A. F.*, 1926, p. 57).
25. Steward. — Some diffraction pattern associated with a symetrical optical system (*Proc. of the Opt. Convention*, 1926, II).
26. Wertheim. — *Annales de Chimie et de Physique*, 3e serie, 40 (1854), p. 156.
27. Wright (W. H.). — Description of the instruments and methods of the D. O. Mills expedition (*Pub. Lick Observatory*, 9, 1911, p. 25).

Vu et approuvé :

Paris, le 4 novembre 1932.

Le Doyen de la faculté des Sciences,

C. MAURAIN.

Vu et permis d'imprimer :

Paris, le 4 novembre 1932.

Le Recteur de l'Académie de Paris,

S. CHARLÉTY.

SECONDE THÈSE.

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Les méthodes visuelles de photométrie astronomique.

Vu et approuvé :

Paris, le 4 novembre 1932.

Le Doyen de la Faculté des Sciences,

C. MAURAIN.

Vu et permis d'imprimer :

Paris, le 4 novembre 1932.

Le Recteur de l'Académie de Paris,

S. CHARLÉTY.

PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS ET Cie.
Quai des Grands-Augustins, 55
95395-32

PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS ET Cie
95395-32 Quai des Grands-Augustins, 55.